

はじめに

読書の楽しみは、作者の創り出した世界を追体験することにあるのではない。作品を作り出した作者の意図を正確に読みとらねばならないとしたら、読書は苦痛であろう。読書の楽しみは、作品の世界に刺激を受けながら、読者自身が自分の中に新たな世界を創造することにある。それは、作者が作品を創造するときの苦悩と喜びに通じるものである。人は、創造することに喜びを感じるものである。

物理学や数学の楽しみはどこにあるだろうか。物理学は、数学という言葉を用いて、自然現象を少数の文字の並びで表したものである。たとえば、運動方程式 $ma=f$ は、たった 4 文字で世界の動きを表す。そういう意味で、物理学のさまざまな方程式は、俳句にたとえることができる。「古池や蛙とびこむ水の音」のなかのことば一つ一つがそれぞれ概念であるように、 m 、 a 、 f それぞれは深い意味を持ち、方程式はそれら概念の関係を表している。 $ma=f$ を見て、その奥深さを知り、「美しい」と感動してみたい。

$ma=f$ を与えられたもの、理解しなければならないものとすれば、非常に苦痛である。この方程式ができた 17 世紀のガリレオやニュートンの時代からスタートすると、非常に難解な学問の世界が自分の前に立ちはだかることになる。一つ一つの物理概念は 17 世紀に、ニュートンら天才たちによって突如として生み出されたのだろうか。そうではない。16 世紀に目を向けるならば、様子はまったく異なることに驚かされる。近代科学は 16 世紀のヨーロッパにおいて芽生えたのであるが、それは大学の学者によって生み出されたのではない。商人や手工業者、芸術家、つまり、日常の世界の人々によって、それぞれの日常の活動から生み出されたのである。商人たちの計算手法が算術に発展し、芸術家は人体をより美しく描くために透視図法、遠近法を生み出し、それがやがて幾何学、数学に深化する。解剖学は、大学の医学者によってではなく、芸術家が人体の美をより正確に表現するために、人体の解剖を始めたのである。また、大砲が戦争に使われるようになって砲弾の軌道を正確に決定するために運動学が追究され始めたのである。

これから学問を始めようとするみなさんが難解な概念に出会ったとき、概念が生み出された当時の日常の世界に思いを馳せてほしい。自分の手で、それら概念を創造してみようという意気込みで取り組むとき、創造の苦しみと喜びに出会うことができるだろう。

学問は高度になると共に、細分化されてきた。専門性を追求することはとても大切である。その結果、自分の専門以外のこととの間に高い壁が生じるとしたら、とても残念なことである。そもそも、この世界そのものを理解しようとして始まった知的探究であることを思い出したい。目標は、ありのままのこの世界が持続可能であり続けることである。専門性の呪縛から自由になり、あらゆることに責任ある考えを持ってほしい。あらゆる人々と協働して、課題に立ち向かってほしい。

本テキストは、2015 年度奈良女子大学における「物語としての科学」で、私が担当した部分のテキストを加筆・訂正したものである。

2016 年 3 月 1 日
奈良女子大学附属中等教育学校
米田隆恒

専門性の追求と専門性からの自由

ー科学史から未来を読むー

第1章 16世紀、生活の中から芽生えた自然科学…………… p.1

ガリレオやニュートンらによって始められた近代精密科学は、中世ヨーロッパの中に突如として現れたのではなく、また、中世までの大学や知識人たちの学問の延長上に現れたのでもない。16世紀ヨーロッパの、大学とは切り離された、商業や医術あるいは芸術などの日常の経験の中から、現代に繋がる科学的知識や概念が芽生えてきたのである。

第2章 ニュートン力学の形成 ー意味からの自由と方程式の魅力ー…………… p.12

天文学を例に、チコ・ブラーエからケプラー、ニュートンに至る近代物理学成立の過程を概観する。質量や力や加速度などの概念間の数量的関係は運動方程式という微分方程式で表される。方程式は無味乾燥で難解に見える。これを、俳句を味わうように楽しむことに挑戦する。

第3章 物理学から見た生命研究 ーメンデルの法則からDNA発見までー…………… p.32

専門性を追求することは重要である。同時に、あらゆる専門性に心を開くことも重要である。真空ポンプと生命観の変化、メンデルの遺伝の法則の発見、X線回折とDNAの発見など、物理学の概念や方法が生物学の歴史に与えた影響のいくつかを概観する。

第1章 16世紀、生活の中から芽生えた自然科学

【学問のあり方】

エミー・ネッター

「すべての数、関数、そして演算の間の関連は、それらが特別な対象から解放されて、一般的、概念的な関連へと還元されるときに、初めて明晰で、一般化可能で、そして、実際実り豊かなものになるのである。」

ファン・デル・ヴェルデン 『代数学の歴史』 p.322

学問は、個別の問題から出発し、そこから抽象化された理論に至ることによって、奥深い理解が得られる。

写真は、エミー・ネーター (Amalie Emmy Noether, 1882-1935)



武谷三男 (1911-2000) の3段階論

ニュートン力学は、次の3つの段階を経て成立した。

現象論的段階 [ティコの段階] 現象や実験結果を正確に記述する段階、現象に関する知識を集める段階。ティコ・ブラーエらによる正確で定量的な天体観測の段階。

実体論的段階 [ケプラーの段階] 特定の現象に対して実体的な構造を仮定し、仮定に基づいて現象の記述を整理し、現象の間の法則性を得る段階。惑星運動の仮定に基づくケプラーの3つの法則の発見の段階。

本質論的段階 [ニュートンの段階] 実体論的段階を媒介として本質的に認識が深まった段階。万有引力の法則と、微分方程式として表された運動方程式は、惑星のみならず、あらゆる物体の運動が従うべき本質的な法則である。

物理学的認識は、これら3つの段階が一つの環を形成し、この環をくり返しながら発展すると考える。つまり、ニュートンの本質論的段階は、つぎの環から見れば実体論的段階である。

『弁証法の諸問題』 「ニュートン力学の形成」¹⁾ (勁草書房, 2010) より

17世紀のガリレオやニュートンらによる精密科学は、どのような社会的背景の中から誕生したのだろうか。山本義隆著『一六世紀文化革命』²⁾を参考にしながら、16世紀の市民生活から生み出された知の革命を概観する。

何事も、現実の出来事から出発しなければならない。



1. ヨーロッパの思想

○古代：プラトン(B.C.427-B.C.347)

「市民は誰一人として職人の仕事に従事してはならない。」

アリストテレス(B.C.384-B.C.322)

「奴隷と職人の違いは一人に仕えるか公衆に仕えるかの違いだけである。」



ソクラテスとアリストテレス

○ヨーロッパでは長い間、手工業、技術というものは低く見られ、学問とは見なされていなかった。日本でもそれらは低く見られてはいたが、建築や伝統工芸などの「職人」に対して魅力や尊敬も感じられていた。明治の開国で、欧米の科学と技術に追いつくために、性格の異なる科学と技術をひとまとめにした科学技術という考え方にに基づき、日本の大学に工学部がつけられた。このとき、ヨーロッパの大学に工学部はなかった。

○中世：5世紀～15世紀(西ローマ帝国滅亡(476年)から東ローマ帝国滅亡(1453年)まで)スコラ学とキリスト教神学が学問の中心であった。

○ルネサンス：14世紀ルネサンス～16世紀

古代文芸の復興、生の肯定、自然を見つめる(中世の暗黒からの復興)

renaissance(仏)とは、re 再び naissance 生まれる birth の合成語である。

コロンブス(英:1451-1506)、1492年アメリカ大陸上陸、

15世紀から17世紀は、大航海時代である。

○16世紀の二つの顔

(1) 16世紀の二つの精神

大学では、中世以来、ラテン語による文献学が中心であり、頭脳労働・知的な作業が高級な仕事である。学者は、直接、手を動かすことはなかった。

一方、技術者、商人、外科医、芸術家など手職人は、賤しい仕事と見られてきた。

(2) 16世紀の二つの流れ

【大学の文化】

【庶民の生活から生まれてきた文化】

・文書偏重

vs

経験重視

・ラテン語

vs

俗語(日常語)による出版

・学者

vs

庶民(技術者、商人、外科医、芸術家たち)の実践

(3) 二つのルネサンス像

大学アカデミズム・人文主義者に対して、

日常生活者の経験の中から生み出されてくる知の地殻変動が

17世紀科学革命を引き起こす原動力となった。

2. 16世紀文化革命概要

2.1 地殻変動

「16世紀は、他者が詮索してはならないものとして秘密が維持されてきたものが、つぎつぎと暴露され始めた時代である。」

1445年頃、グーテンベルグの活版印刷技術の発明がルネサンス、宗教改革、科学革命につながる。たとえば、ルター「キリスト教信者は、靴屋も鍛冶屋も農民も職人もみな宗教者であり、みな司祭であり司教である」とし、聖書を俗語（ドイツ語）に翻訳、出版する。

先進的な美術家や職人が、大学や聖職者による文字文化の独占に挑戦を始める。

16世紀の陶工ベルナルはラテン語ではなくフランス語で「病気に効く治療法は秘密にしてはならない。農業の秘密も秘匿されてはならない。航海の障害や危険、神の御言葉、国家に役立つ諸科学も秘密にされてはならない。」これらはそれまで市民に秘密であった。

職人、芸術家、外科医が俗語で発言し、書物を出版することによって、排他的な大学ギルド、聖職者ギルドによる知の独占に風穴が開けられだした。

2.2 芸術家にはじまる

○14世紀、ルネサンス(文芸復興)がはじまる。

14世紀の芸術家は、注文されたとおりの作品を作る、徒弟制に縛られた職人であった。

○16世紀「イタリアには二つの文化と二つの専門的訓練の方式があった」（バーク）

【知的文化】

ラテン語文化：庶民には理解できない文字文化

大学に基礎を置いた文化：現実や自然を見るのではなく、古文書の解釈が中心

【職人文化】

イタリア語文化、庶民に理解できることを目的に、書物の作成が始まった。

工房に基礎を置いた文化：目の前の現実世界から学び続ける技術や学問。

ギルドの羈束(きそく)を脱する試み、芸術家は自立を始める。

○16世紀文化革命前夜

・チェンニーニ『絵画術の書』1400年頃。

絵画の技術書であり、徒弟制で継承され、秘密にされてきた技術を公開した。描写手法、フレスコ画、油彩の技法、顔料の製法などを日常語で文章化した教科書となった。

絵画は、注文者の指示にしたがった職人仕事から脱して、「知恵」つまり学問に基礎を持ちながら、画家の主体的な「想像力と手の動き」によって、目に見えないものを見つけて出して形を与える創造的なものになっていった。

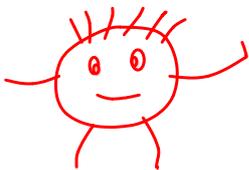
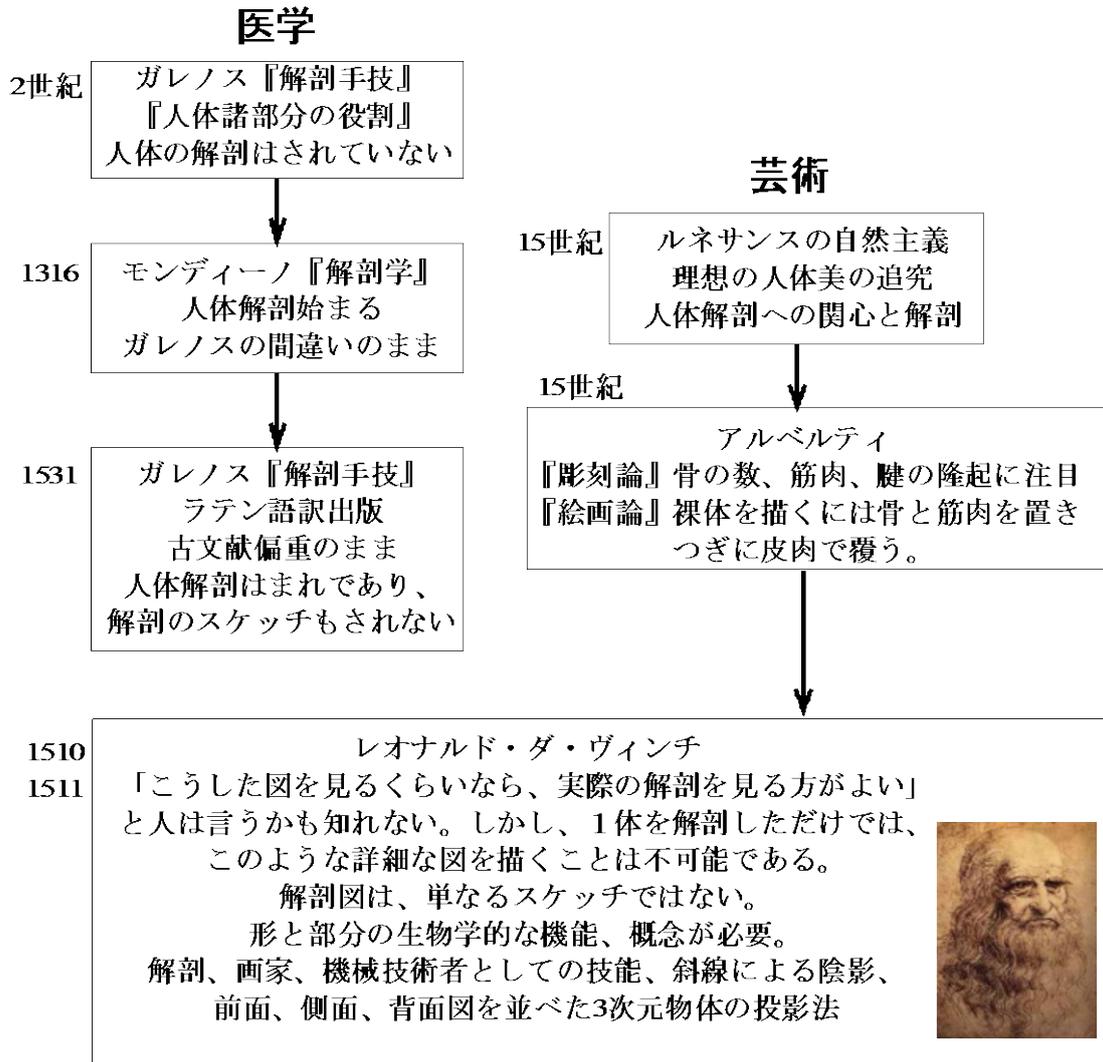
・ギベルティ『コメンタリー』1447年

絵画、彫刻には手作業の習熟だけでなく、「学識」が必要とされ、視覚芸術は学的に基礎づけられねばならない。手作業でつくられる工芸品を自由学芸にもとづく芸術作品に高めるべしとの野心を口にし、職人の世界から知識人の世界への越境を試みた最初の職人芸術家の一人であった。

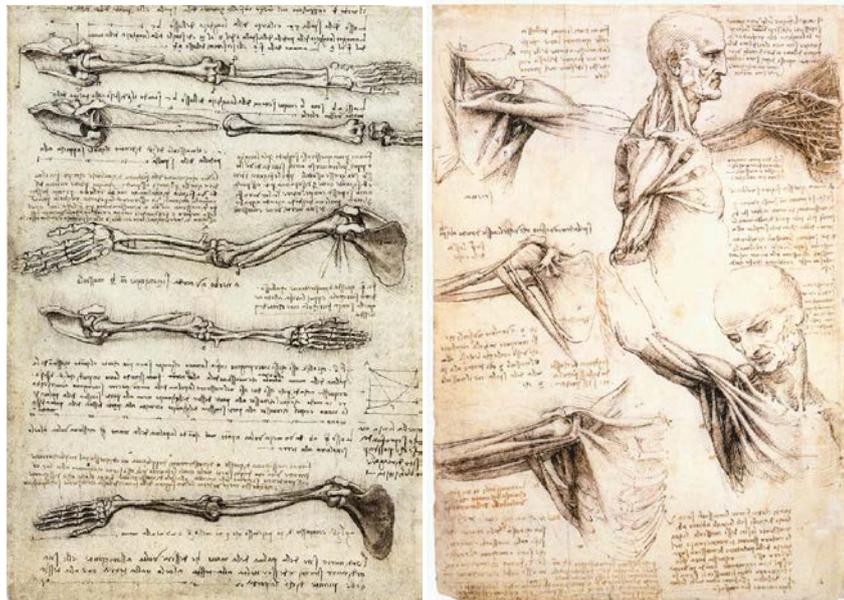
・チェンニーニ、ギベルティは、16世紀文化革命を先駆けたのである。

○16世紀:創造者としての芸術家誕生(1474生まれのミケランジェロは例外的に貴族の出) 成り上がりの貴族や大商人が贅沢な美術品を蒐集するために、芸術品の作成を依頼した。

2.3 芸術家の中から誕生した近代解剖学



幼児には、人はこんなふうに見える？



ダ・ビンチの解剖図

2.4 機械学と力学の勃興

16世紀軍事革命が機械学と力学の勃興と発展をもたらした

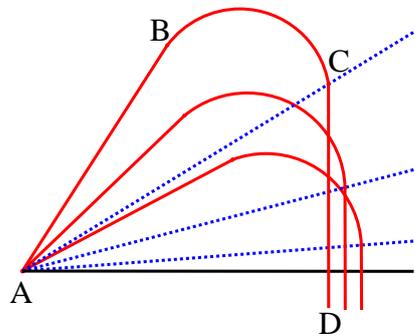
火薬を爆発させて砲弾を撃ち出す、重い大砲が用いられるようになると、頑丈な大砲を作ったり、戦場で重い大砲を移動させる必要が生じた。

また、砲弾を目標地点に落下させるために、砲弾の飛ぶ軌跡を決める必要がある。その結果、軍事が数学・機械学・力学を発展させることになった。

タルターリアの業績

1531 砲弾の最長到達距離は仰角が 45° のときであることを示した

弾道を近似的に直線 AB、円弧 BC、鉛直落下 CD の結合で表すことによって、 45° を主張した。



1535 3次方程式の解法発見

1537 『新科学』

投射物体の運動は数学的に記述されるが、その理論は、現実の投射物体の実験と測定によって検証されるべきものと、初めて位置づけた。大学の学者は現場の人々の意見を聞くことはなかったが、タルターリアは砲術のエキスパートたちの意見を受け入れて、理論と現実の整合性を重視したのである。

数学的ではあるが、実験によって検証され、実用に供されるべき理論として、運動理論が初めて語られたのである。

タルターリアは砲身の仰角の測定器を開発し、砲手は火薬の装填量を量り、角度毎の砲弾の到達距離を測定した。これは、定量的実験の始まりである。

また、大量の同種の武器を製造するために、精密な計測技術が発展した。

芸術家アルベルティ、デューラーの「計測の精神」と軍事技術の要請が、精密な機械技術や力学の発展につながったのである。

つぎに、芸術家たちの科学への貢献を見ていこう。

3. 透視図法(遠近法)

3.1 16世紀以前の絵画

○中世の絵画

見える世界は、真実の世界(アイデア)の不正確な反映であると考えられた。絵画は現実世界を描くのではなく、キリスト教の教えを主題とする宗教画が中心であった。絵画に遠近感はなく、絵の中の空間的關係は、宗教的意味を反映するためにあり、さまざまな視点からの情景や異なる時刻の情景が一枚の絵の中に描き込まれた。

たとえば1420年頃に描かれた「樂園の小庭」をインターネットで検索するとよい。

○14世紀ルネサンス(文芸復興)がはじまる。

当時の芸術家は、現在のように作品を創作する人ではなく、注文されたとおりの作品を作る人であり、徒弟制に縛られた職人であった。

3.2 16世紀絵画

ダ・ビンチの絵画に見られるように、投影法(遠近法)による事物の正確な描写が始まる。



1495-1498

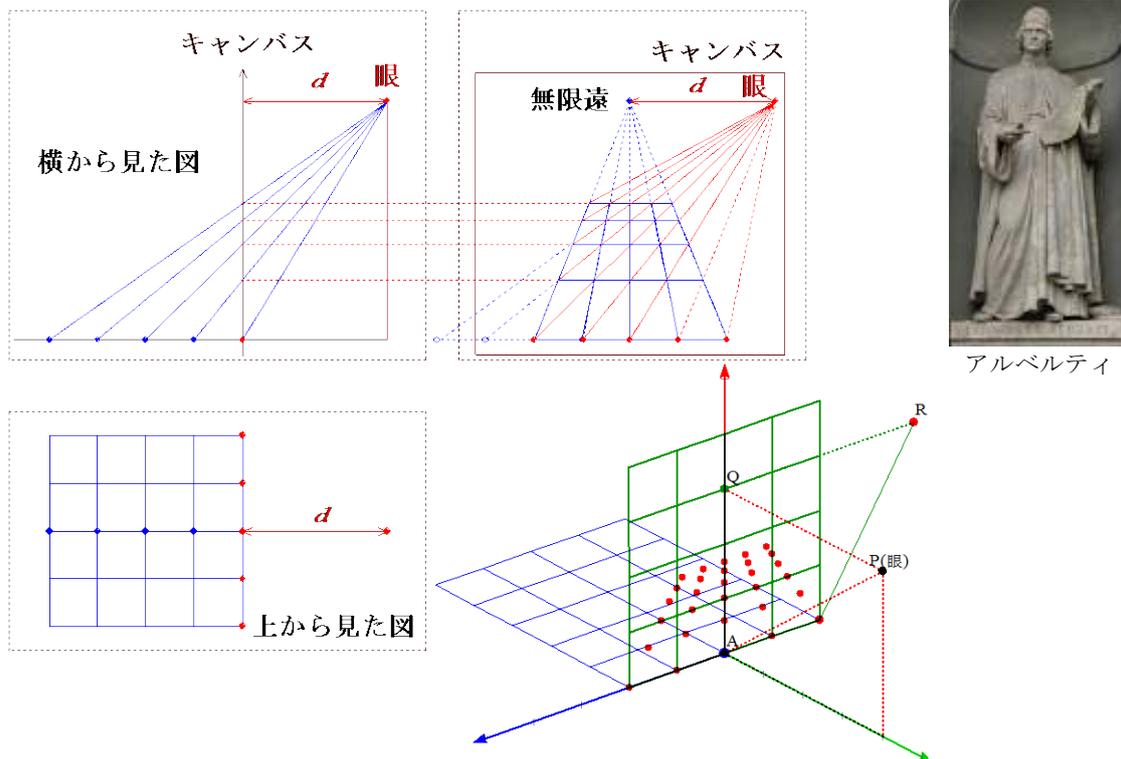
レオナルド・ダ・ヴィンチ



1503-1519頃

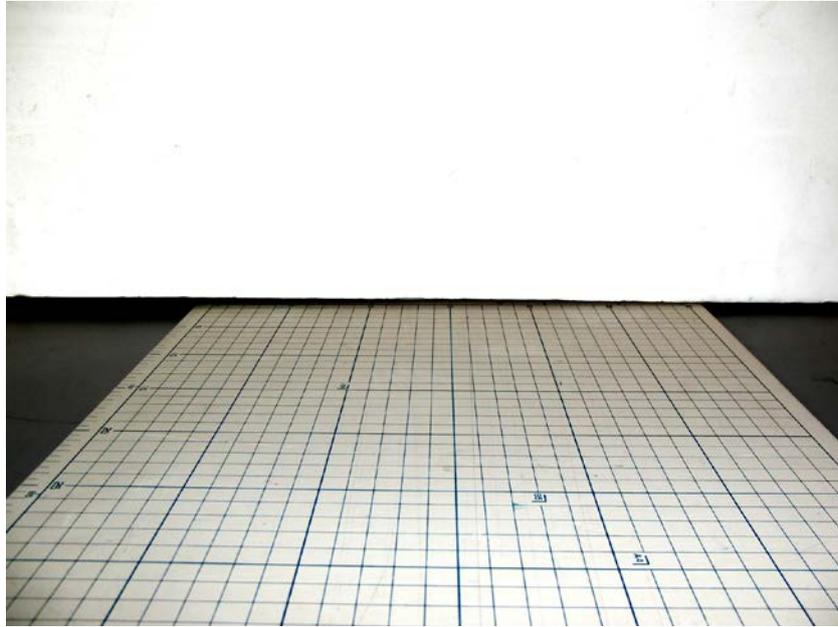
3.3 透視図法1 (アルベルティ 1404-1472頃)

アルベルティは『絵画論』を1435年に執筆し、その後『彫刻論』を執筆している。その本には図版はなく、キャンバスの向こう側に広がる風景をキャンバスに投影する透視図法を文章で説明している。それが述べているところは下の図のようである。



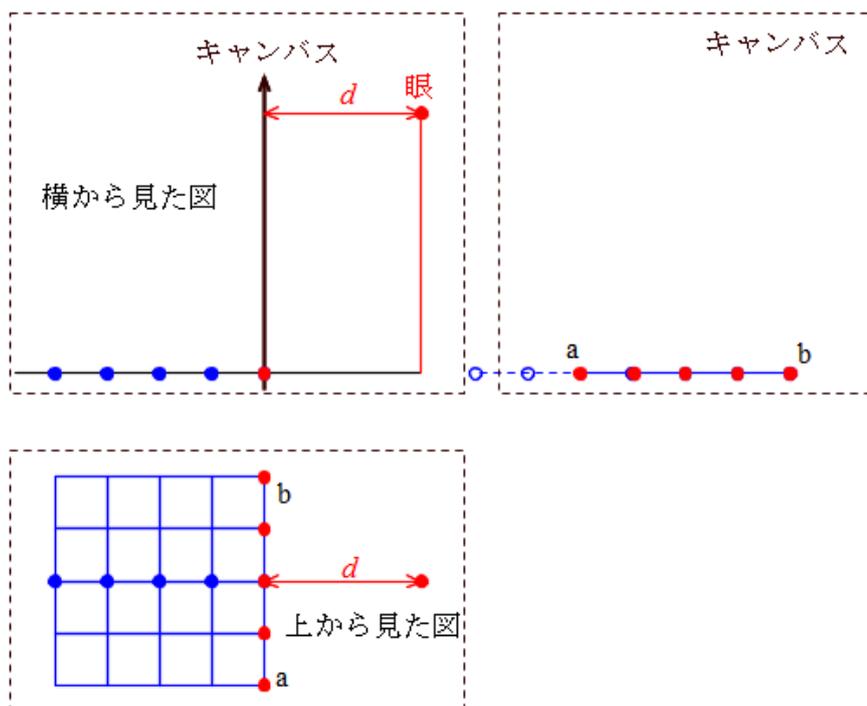
【演習 1】 下の図は、水平に置かれた格子模様を写真に撮ったものである。

- (1) 格子をもとに2つの無限遠点を作図し、それらが水平線に乗るかどうかを検証せよ。
- (2) 写真の面をキャンバスとみなすとき、眼の位置とキャンバスの距離を求めよ。ただし、1マスは1cmである。



【演習 2】

下図左下のように、 4×4 の格子が水平面に置かれている。これを眼の位置から見たとき、鉛直に立てたキャンバス(右図)に格子を投影せよ。答は前ページの図となる。



3.4 透視図法 2 (デューラー)

1515 デューラーは木版画で精密な世界地図を製作した。

また、天球図は印刷された初めてのものである。

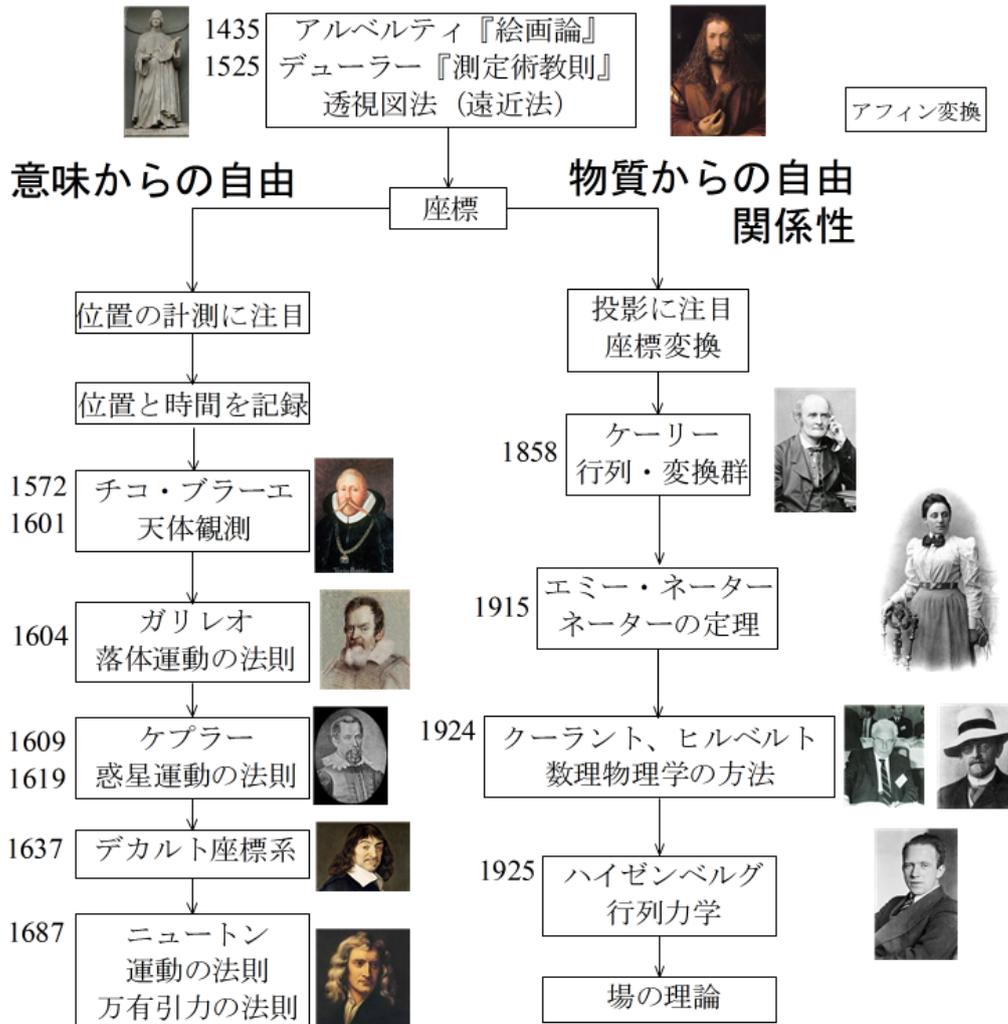
1525 『測定術教則』を著す。放物線の作図法である。

1528 『人体均衡論』を著す。アフィン変換の技法による図像表現である。

下は 1525 年の透視図作成装置と使用法の図である。



3.5 16 世紀の透視図法から運動学および空間認識への発展



3.6 透視図法の発展 (アフィン変換)

3.6.1 アフィン変換

幾何学におけるアフィン変換は、平行移動を伴う線型写像である。 $r' = Ar + b$

アフィン(affine)という語は「類似・関連」を意味する。

○平行移動

$$x' = x + x_0$$

$$y' = y + y_0$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

○回転

$$x' = \cos\theta \cdot x - \sin\theta \cdot y$$

$$y' = \sin\theta \cdot x + \cos\theta \cdot y$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

○拡大・縮小

$$x' = ax$$

$$y' = by$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

○変換の合成

変換を合成するには、変換の順番に行列を左へかけていけばよい。

たとえば、x方向に-9移動、30°回転し、x方向に2倍に拡大する。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ & 0 \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

○行列のかけ算の定義

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{pmatrix}$$

○Excelによるアフィン変換のマクロ

- ・イヌの絵の(x,y)座標を入力する。
- ・変換行列の値を入力する。
- ・変換行列をイヌの各座標に掛ける。
- ・「散布図」でイヌを表示する。
- ・Excelマクロで連続移動させる(右図)。

○「運動」に対する考え方の転換

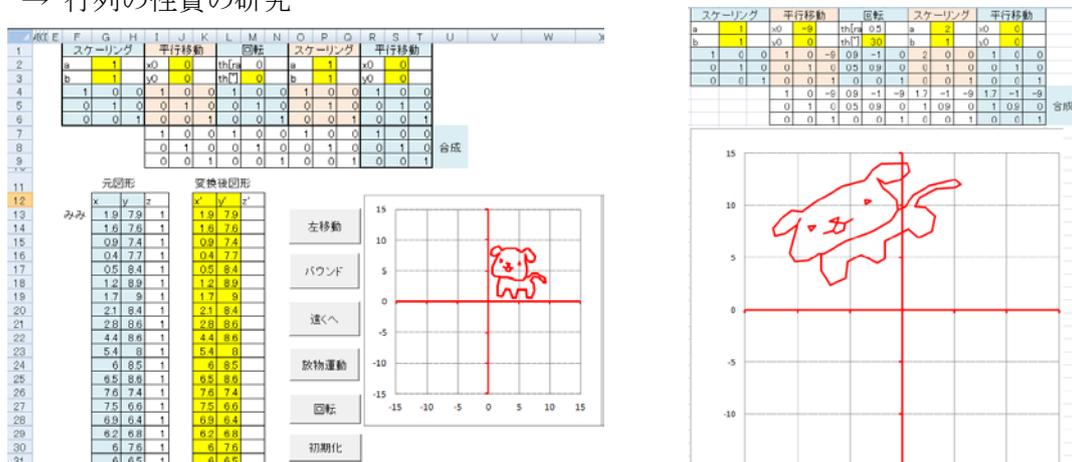
「座標が時間とともに変化する」

→「変換行列が時間とともに変化する」

→ 行列の性質の研究

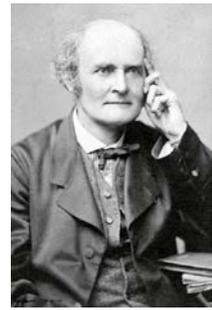
```
Sub バウンド ()
' バウンド Macro
n = 4
Cells(2, 10) = n
Calculate
t = 0
For n1 = n To -5
Step -0.1
y = 1.2 * Sin(t)
Cells(3, 10) = y
Cells(2, 10) = n1 * 2
Calculate
t = t + 3.14159 / 6
Next
End Sub
```

```
Sub 回転 ()
' 回転 Macro
a = 1
Cells(2, 16) = a
Cells(3, 16) = a
For th = 0 To 360
Step 5
Cells(3, 13) = th
Calculate
Next
End Sub
```



3.6.2 投影変換から行列一般論へ

アーサー・ケイリー(英:Arthur Cayley 1821.8.16-1895.1.26)は、イギリスの数学者、弁護士。行列に関するケイリー・ハミルトンの定理で有名。1858年、ケイリーの歴史的論文 *Memoir on the theory of matrices* (「行列論回想」)



3.6.3 不変性から保存則へ

エミー・ネーター (Amalie Emmy Noether, 1882.2.12-1935.4.14)

ドイツ出身の女性数学者。

「歴史上最も偉大な数学者の一人」(レーダーマン)

「物理学に最も価値ある貢献をした数学者」(アインシュタイン)

ネーターの定理「変換による不変性(対称性)があるところにはそれに対応する保存則が存在する」は、物理学の基本定理。

1919年にゲッティンゲン大学で助教授

ラグランジアンからエネルギー保存則が導かれる

ラグランジアンから運動量保存則が導かれる

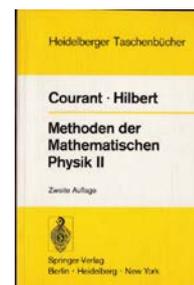
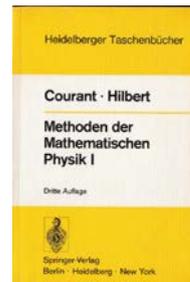
ラグランジアンから角運動量保存則が導かれる



3.6.4 数理物理学の方法

リヒャルト・クーラント (Richard Courant, 1888.1.8-1972.1.27)は、ドイツおよびアメリカ合衆国の数学者。

ダフィット・ヒルベルト (David Hilbert, 1862.1.23-1943.2.14)は、ドイツの数学者。「現代数学の父」と呼ばれる。



『数理物理学の方法』解析的な立場で線形代数にはじまり、無限次元の関数空間およびそこではたらく作用素への一般化がごく自然に行なわれ、特殊関数を含む直交関数系の議論が展開される。

3.6.5 行列力学(量子力学)

ヴェルナー・カール・ハイゼンベルク (Werner Karl Heisenberg, 1901.12.5-1976.2.1)は、ドイツの理論物理学者。1925年、当時23歳でゲッティンゲン大学の講師であったハイゼンベルクは、原子に関する観測のみによって水素スペクトルなどを説明する新しい量子力学の定式化を行った。電子の位置や波動という古典的なイメージを放棄し、位置や運動量などの物理量は演算子で表される。具体的な計算は演算子を行列で表す。



ハイゼンベルクの考案した新しい数学は、行列演算を中心として、前年出版の『数理物理学の方法』に記載されていたが、ハイゼンベルクはその書籍を知らなかった。

3.7 透視図法の発展(位置の精密記録)

ガリレオ(1564-1642)

「哲学者はもっぱら普遍的な事柄にかかわります。…加速度についてアリストテレスは、その原因を与えることで満足し、加速のわりあいとか、詳細なことは機械工やもっと身分の低い職人に任せた。」

ガリレオ『新科学対話』

「加速度の原因の追究を放棄し、その数学的効果だけを問うたガリレオは、スコラ哲学者の学問から機械工と職人のする研究へと目を転ずることで、新科学の幕を開いた。17世紀の科学革命において、ものの本質と原因を問うそれまでの定性的な自然学が、数学的な法則の確定をめざす定量的な物理学へと変貌を遂げることになるが、それは16世紀の芸術家や技術者や商人の実践に始まったのである。」『16世紀文化革命』p21



運動とは、点、幾何学的形が時間の経過と共に位置を変える現象である。したがって、時刻と位置を精密に記録することから議論が始まる。

第2章 ニュートン力学の形成

意味からの自由と方程式の魅力

1. 微分方程式

1.1 俳句や短歌

- ・春の海ひねもすのたりのたりかな 与謝蕪村
- ・白鳥（しらとり）は哀しからずや空の青海のあをにも染まずただよふ 若山牧水
- ・小諸なる古城のほとり
雲白く遊子（いうし）悲しむ
緑なす繁藁（はこべ）は萌えず
若草も藉くによしなし
しろがねの衾（ふすま）の岡邊
日に溶けて淡雪流る

・・・ 詩歌 島崎藤村 千曲川旅情の歌

作者は創造することに喜びを感じる。読者は、作品から刺激やヒントを得ながら自分のなかに自分なりの世界を創造する。これが文学の楽しみのものである。自分にとって未知のものを創造することは、文学、芸術、仕事、科学、人間関係の別なく、喜びである。創造した作品の形態が異なるだけである。

短い言葉の並びの1つ1つは、それぞれが概念であり、概念の間を関係を表現したものが俳句や短歌や詩などである。短い文字の並びから、自分の心の中に浮かび上がる情景は、読む人の持っているその言葉に対する概念や経験が元になって思い描かれるものである。したがって、けっして作者の意図を理解できるものではないし、理解しなければならないというものでもない。

1.2 理解するとはどういうことだろうか

俳句やイヌの気持ちや微分方程式を理解するとはどういうことだろうか。

たとえば、つぎの写真のイヌはどんな気持ちか考えてみよう。



リンゴ→



イヌの気持ちはわかるものだろうか。

ミラーニューロン仮説がある。

相手と同じ表情をしたときの自分の感情を、相手に投影することで、相手の気持ちを理解するという。そのためには自分の経験が豊富である必要がある。

1.3 微分方程式

微分方程式という短い文字の並びから、何を感じ、何を創造することができるだろうか。

俳句や短歌のように、微分方程式からなんらかの情景を自分のなかに創造できるためには、文学同様に、概念の意味と概念間の関係に注目すればよい。微分方程式では、概念は物理量で表される。概念間の関係は、定義であったり、法則であったりする。

1.3.1 物理量とはなにか

物理量 A を考えるとき、つぎの点に注目するとよい。

物理量 A がまわりの空間に与える影響、その単位量、関係する法則、測定方法

たとえば「速さ」について考えよう。速い、遅いという概念はほぼ明らかである。つぎに単位量(普通、これを単位という)として、ヒトの歩く速さを基準にし、これを単位と決めよう。この速さの単位に 1 [walk] と名前をつけることにする。100m を 10 秒で走る短距離選手の速さは、約 10[walk] である。測定方法は、同じ 1 秒間に、歩く距離と走る距離を測定すると、短距離選手は約 10 倍の距離を移動するからである。

「力」について考えよう。力は目に見えない。しかし、ばねにおもりをつるすとバネが伸びることから、力が働いていることがわかる。100[g]のおもりにはたらく重力を単位とし 1[N] (より正確には 0.98[N]) と定義することにする。おもりを 2 個つるすとばねののびは 2 倍、3 個つるすと のびは 3 倍になる。つまり、「おもりがばねを引く力と、ばねののびは比例する」というフックの法則が成り立つ。この法則によって、力を測定することが可能になる。ばねばかりは「力」を計っているのではない。ばねの「のび」を計っているのである。しかし、フックの法則があるから、ばねばかりで「力」を計れるのである。

【演習】「美しさ」という物理量を定義し、測定方法を考えてみよう。

1.3.2 微分の意味

変数 x が微小量 dx だけ変化したとしよう。このとき dx を x の微分と呼ぶ。

$$x \rightarrow x + dx \quad (1)$$

微分とは、微かな変化分という意味合いであり、英語の differential は差違を意味する。

2 つの独立変数 x と y を考え、それぞれ dx および dy だけ変化したとする。このとき、 $x+y$ および xy の微分つまり変化量はなるだろうか。

右図で考えてみよう。 x と y がそれぞれ dx および dy だけ増加したとき、和 $x+y$ と積 xy は、

$$x + y \rightarrow (x + dx) + (y + dy)$$

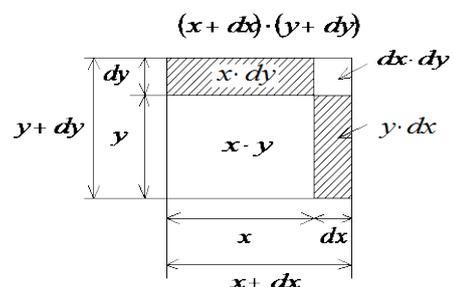
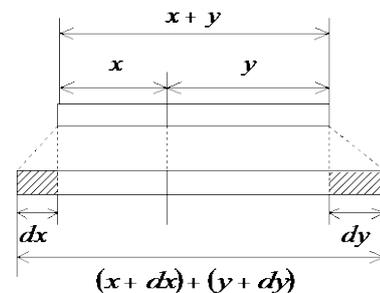
$$xy \rightarrow (x + dx) \cdot (y + dy) = xy + xdy + dx \cdot y + dx \cdot dy$$

のように増加する。和 $x+y$ と積 xy の微分(変化量)は次のようになり、これを微分の基本式という。

$$d(x + y) = (x + dx + y + dy) - (x + y) = dx + dy$$

$$d(xy) = (x + dx) \cdot (y + dy) - xy = ydx + xdy + dx \cdot dy = ydx + xdy$$

ここで、2 次の微小量 $dx \cdot dy$ は、 dx および dy よりもさらに小さいので無視している。



微分の基本式

1.3.3 微分方程式

x の関数を y とする。 x が微小量 dx だけ変化したとき、 y も微小量だけ変化するだろう。

$$x \rightarrow x + dx \text{ のとき、 } y \rightarrow y + dy$$

【例1】 $y = x^2$ の微分 $dy = (x + dx)^2 - x^2 = x^2 + 2xdx + dx^2 - x^2 = 2xdx + dx^2 = 2xdx$

【例2】 $y = x^3 + 2$ の微分

$$dy = \{(x + dx)^3 + 2\} - (x^3 + 2) = (x^3 + 3x^2dx + 3x \cdot dx^2 + dx^3 + 2) - (x^3 + 2) \\ = 3x^2dx + 3x \cdot dx^2 + dx^3 = 3x^2dx$$

【例3】 $y = x^n$ の微分 (n は正の整数)

$$dy = (x + dx)^n - x^n = (x^n + nx^{n-1}dx + dx \text{ の2次以上の項}) - x^n = nx^{n-1}dx \quad (2)$$

y が x の関数のとき、微分 dy と微分 dx の関係を示す式を微分方程式という。また、微分方程式を満たす関数を求めることを「微分方程式を解く」という。

たとえば、 x が dx 変化したとき、 y がつねに dx の2倍だけ変化するとしよう。

$$\text{【微分方程式】 } dy = 2dx \quad (3)$$

微分の公式(2)を思い出せば、微分方程式の解はつぎのようになることがわかる。

$$\text{【微分方程式の解】 } y = 2x + C \quad (4)$$

ここで、 C は任意の定数である。

【例4】 つぎの微分方程式を考えてみよう。

$$\text{【微分方程式】 } x dx + y dy = 0 \quad (5)$$

微分したらこのような関係が得られるものは何だろうか。微分の基本式から解が得られる。

$$\text{【微分方程式の解】 } \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = C \quad (6)$$

これは円の方程式である。

1.3.4 運動方程式

運動(motion)とは、点やその他の幾何学的形態が時間の経過に伴ってその位置を変えることである。たとえば、ボールの運動の場合は、ボールの位置と速度が時間と共にどのように変化するかを表せば、ボールの運動が完全に決定される。

ボールの運動を決定するための方程式が運動方程式といわれる微分方程式である。

直線 x 上の質量 m の物体の運動について書き表すと、運動方程式はつぎのようになる。

$$ma = F \quad \text{変形して、} a = \frac{F}{m} \quad \text{加速度} a \text{ は、外力} F \text{ に比例し、質量} m \text{ に反比例する。}$$

これと俳句を比較するとき、どのような情景が浮かんでくるだろうか。美しいだろうか。

加速度が決定すれば、微小時間後の速度と位置は次のようにして求めることができる。

ある時刻 t の位置を x 、速度を v とする。

微小時間 dt の間に、速度 v によって物体の位置は $dx = v \cdot dt$ だけ増加する。

微小時間 dt の間に、加速度 a によって物体の速度は $dv = a \cdot dt$ だけ増加する。

つまり、微小時間後の位置と速度は、

$$x' = x + dx = x + v \cdot dt$$

$$v' = v + dv = v + a \cdot dt$$

時刻 $t + dt$ の位置を x' 、速度を v' として、上の計算をくり返せば運動が決定する。

1.3.5 自然をあらわす微分方程式

物体の運動の場合は、物体の位置 x と速度 v に関する微分方程式が運動を決定する。

運動方程式 $m \frac{d^2x}{dt^2} = F$ は、つぎのように2つに分けて書き表すことができる。

$$dx = v \cdot dt \quad , \quad dv = a \cdot dt \quad \dots \quad \text{ただし、} a = \frac{F}{m}$$

電磁気の場合には、電場 E 、磁場 H に関する微分方程式(マクスウェル方程式)が電磁場の時間変化を決定する。また、熱力学の場合には、温度、圧力、体積に関する微分方程式が熱力学的変化を決定する。

もっと日常的な変化も微分方程式で簡単に表すことができる。

【身近な例1】

湯飲みのお茶は、冬は早く冷めるが、夏は冷めにくい。なぜだろうか。

熱は高温物体から低温物体に自然に移動する。移動する熱量は、2物体間の温度差に比例する。つまり、温度差が大きいと移動する熱量は多く、温度差が小さいと同じ時間に移動する熱量は少ない。

これを式で表すと、2物体の温度を T_1 、 T_2 、熱の移動のしやすさを k とすると、微小時間に移動する熱量 dQ は、温度差 $(T_1 - T_2)$ に比例するので、熱容量を1とすると、

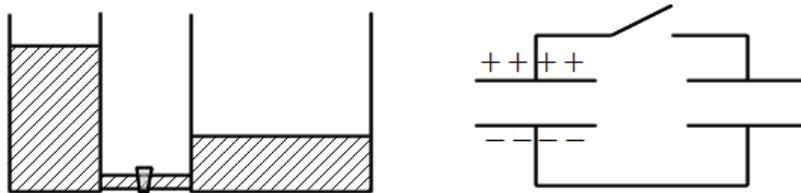
$dQ = k(T_1 - T_2)dt$... 熱の移動量 dQ は、熱の移動のしやすさ k に比例、温度差にも比例する
温度差がなくなると、熱の移動量は0となり、両者は等温となる

$T_1' = T_1 - dQ$... 物体1の温度 T_1 は、熱量 dQ を放出して温度低下する

$T_2' = T_2 + dQ$... 物体2の温度 T_2 は、熱量 dQ を吸収して温度上昇する

【身近な例2】

上の例1は、2つの水槽の底をパイプでつないだときの水の流れや、帯電した2つのコンデンサーを並列につないだときの電流の流れにも適用することができる。



1.3.6 Excel による微分方程式の解法例

① 空気抵抗を考慮した斜方投射

水平方向には空気抵抗のみが加わり、鉛直方向には重力と空気抵抗が加わる。空気抵抗係数を k 、重力加速度(重力場の強さ)を g とすると、次のようになる。

【水平方向】

$$ma_x = F_x = -k v_x$$

$$v_x = v_x + a_x dt = v_x - \frac{k}{m} v_x dt$$

$$x = x + v_x dt$$

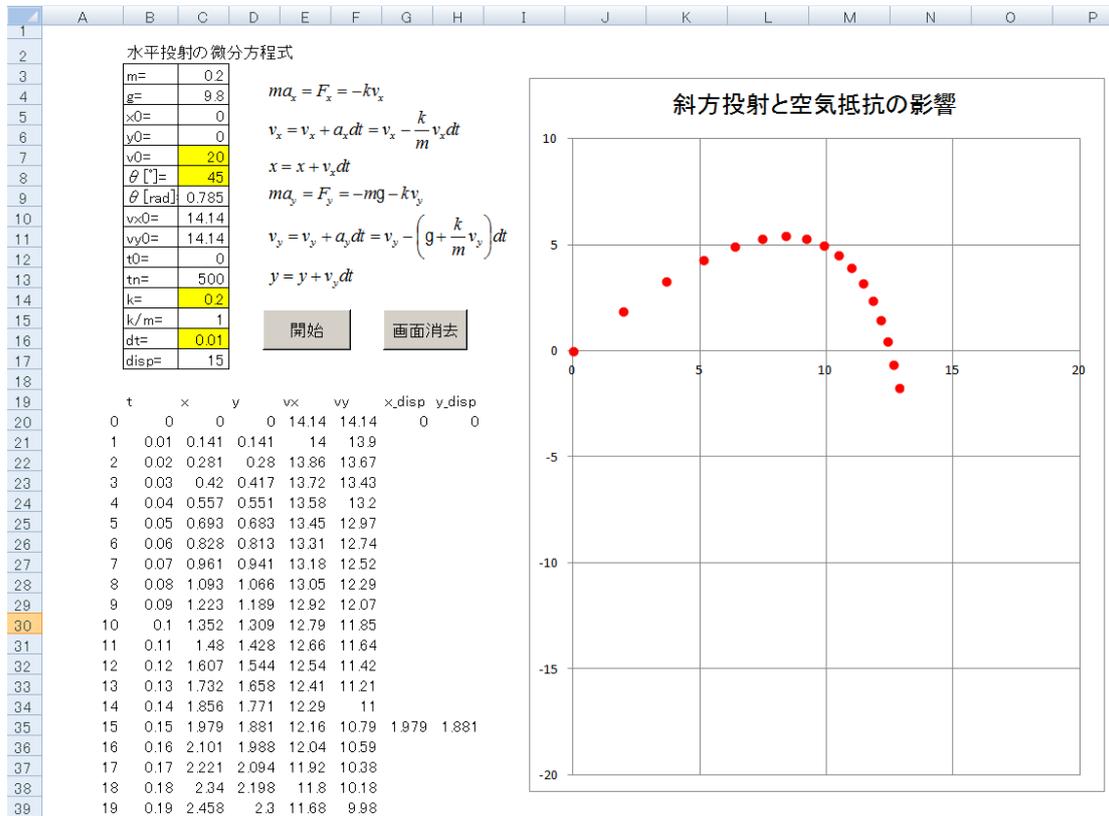
【鉛直方向】

$$ma_y = F_y = -mg - kv_y$$

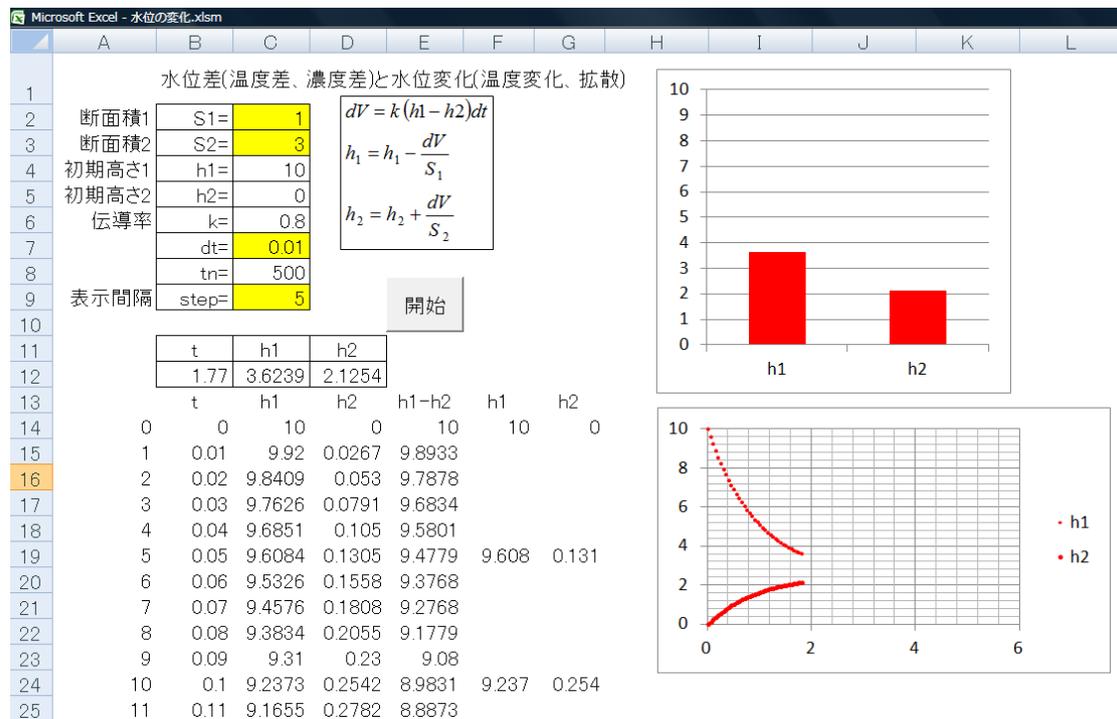
$$v_y = v_y + a_y dt = v_y - \left(g + \frac{k}{m} v_y \right) dt$$

$$y = y + v_y dt$$

これらの式を差分方程式として表計算ソフトで解き、グラフ表示すると次のようになる。



② 2 物体間の熱の移動、2 水槽間の水の移動など

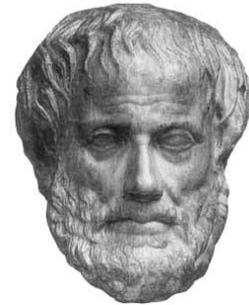


2. 運動の法則の発見と意味からの自由

2.1 アリストテレス B.C.4

運動する物体についてはじめて一般的に論じたのは、B.C.4世紀のギリシアの哲学者アリストテレス(Aristoteles B.C.384-B.C.322)である。彼は運動などの自然現象を見たまま感じたままにうまく法則化した。そのため多くの人に受け入れられ、15世紀までの1800年以上の間、科学の考え方に大きな影響を与えた。

プラトンの弟子でアレキサンダー大王の師でもあったアリストテレスは、運動についてだけでなく、動物学、心理学、政治学、経済学、天文学などあらゆる学問について厳密な研究をしていた。アリストテレスは自然界の運動を大きく2つに分けている。1つは「自然運動」、もう1つは「強制運動」である。



アリストテレス

2.1.1 自然運動

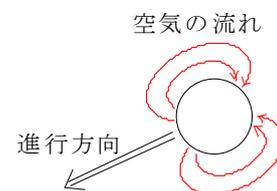
月より下は地上と同じとし、地上にあるすべての物体は火、空気、水、土の4元素からできていて、火は本来軽く、土は本来重いものとし、軽い重い性質はその物体を構成する元素の割合で決まるとした。4元素には安定して存在する場所があり、上から火、空気、水、土の順になっている。火からできた煙は軽い物体で本来の場所にもどろうと真上に上るし、土からできた石は真下に落ちる。これが「地上での自然運動」である。

多くの物体は主に土からできていて、地球の中心に向かって落下する。このとき物体の速さ V は物体の重さ W に比例し、水や空気などの媒体の抵抗 R に反比例すると考える。つまり同一の媒体中では重いものほど速く落下し、軽いものほど遅く落下し、また油などの密度の大きい媒体中の方が、空気など密度の小さい媒体中より遅く落下するということである。

2.1.2 強制運動

上向きに投げられた石や、糸の先に結ばれた石の運動は、「強制運動」であるとされ、物体の本性に逆らって運動を続けさせようとする作用(力) F があるときだけ起こる。強制運動における速さ V は、その作用(力) F に比例し、運動の抵抗と運動体の重さ W に反比例すると考える。

石を投げたときの運動について考えてみよう。手で投げ上げるまでは石に力を加えているが、手から離れると石に力ははたらかない。石の本来の位置である下へすぐに落ちるかというのと、そうではなく、弧を描く。これをアリストテレスは次のように説明した。手の力がかからなくなっても前向きに空気をかき分けながら進む。石が通った後には真空の空間ができる。しかし自然は真空を嫌うから、すぐ空気が流れ込んで元の状態に戻る。この流れ込む空気の勢いが物体に力をおよぼし、運動を持続させるのだと。物体を押ししたり引いたりできるのは接触を通じての近接作用だけで、「動く物体には必ず他からの力が動く向きにはたらいているのだ」という考えには説得力があった。

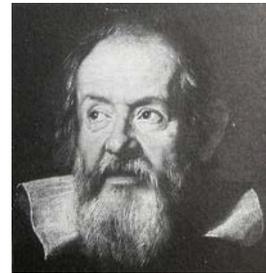


しかし、このような自然運動や強制運動の概念は、さまざまな矛盾を含み、ガリレオたちに否定されることになる。

2.2 ガリレオ (Galileo Galilei 1564-1642)

「哲学者は、もっぱら普遍的な事柄にかかわります。…加速度についてアリストテレスは、その原因を与えることで満足し、加速のわりあいとか、詳細なことは機械工やもっと身分の低い職人に任せた。」ガリレオ『新科学対話』

「加速度の原因の追究を放棄し、その数学的効果だけを問うたガリレオは、スコラ哲学者の学問から機械工と職人のする研究へと目を転ずることで、新科学の幕を開いた。17世紀の科学革命において、ものの本質と原因を問うそれまでの定性的な自然学が数学的な法則の確定をめざす定量的な物理学へと変貌を遂げることになるが、それは16世紀の芸術家や技術者や商人の実践に始まったのである。」(『16世紀文化革命』,山本義隆,p21)



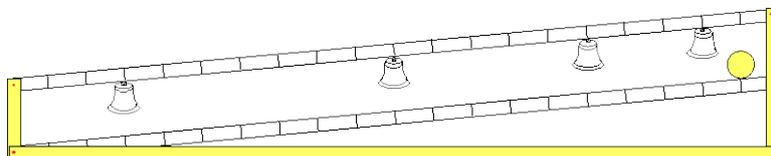
ガリレオ

2.2.1 落下距離は落下時間の2乗に比例

ガリレオはあやふやだった等速運動と加速運動の関係を研究する中で、「同一の物体が傾斜の異なる斜面を下降するときを得る速さは、斜面の高さが等しいとき互いに等しい」と考えた。さらに、斜面を降下する運動の考察から、落下距離は落下時間の2乗に比例するという結論に達した。ガリレオはそれだけに止まらず、斜面を使い実際に実験をして確かめた。

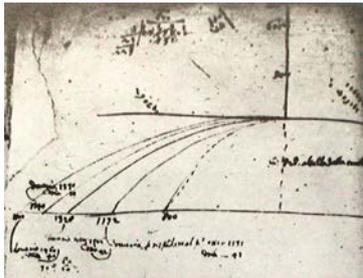
「溝は極めてまっすぐなものにし、また、きれいで滑らかにするために、できるだけよく磨かれた羊皮紙をその内側に貼り付けました。そしてその溝の中で、極めて堅く、十分に丸いよく磨かれた青銅の球をころがしました。(中略)前述の溝に沿って球を転がし、溝全体を通過するのに費やした時間を次に述べるような方法で記録しました。(中略)実験をたっぷり100回は繰り返しましたが、通過距離相互の比は時間の平方相互の比に常に等しくなりました。⁶⁾」『新科学対話(下)』,ガリレオ ①

【簡単な実験】落下距離が時間に比例するのではなく、時間の2乗に比例することを次のようにして簡単に知ることができる。ボールを斜面で転がすとき、ベルに接触するようにする。ベルの音が等間隔に鳴るようベルを配置すると、ベルの位置が1:4:9:…となることを確認することができる。したがって、ベルの鳴る時間間隔が1:2:3:…のとき、落下距離の比が1:4:9:…であるから、落下距離は時間の2乗に比例する。

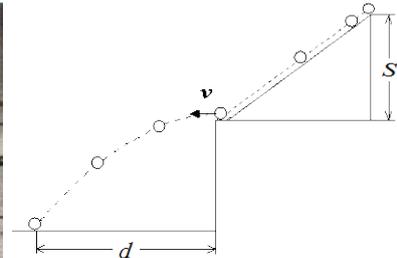


2.2.2 落下の速さは落下時間に比例

ガリレオは、下の図のような実験によって、斜面の落下の高さ s と斜面を飛び出す速さ v を測定した。落下の高さ s をいろいろ変えて、水平に飛び出す距離 d を測定すると、 d は s の平方根に比例した (②)。つまり、 d の 2 乗が s に比例した (③)。斜面を水平に飛び出した後、地面に着地するまでの時間は飛び出す速さ v に関係なく同じであることを確認済みであったので (④)、 d は飛び出す速さ v に比例する (⑤)。したがって、 v の 2 乗が s に比例する。このことは斜面の傾きを変えても確認された。



ガリレオの実験ノート



s	d 実測値	$47\sqrt{s}$
300	800	814
600	1172	1151
800	1328	1329
828	1340	1352
1000	1500	1486

ガリレオの実験データ

以上より、落下の速さ v は、落下時間 t に比例して増大することが証明された。



つまり、ガリレオは「落下運動が等加速度運動である」ことを実験的に証明したのである。また、ピサの斜塔の実験から、「落下の加速度は落下物体の重さに無関係」も証明した。

2.2.3 ガリレオの功績

ルネサンス以降、てこなどを扱った機械学や浮力などを扱った流体静力学などの研究が進んできた。ガリレオはそのような機械学や静力学をもとに、振り子や斜面上の物体の運動について研究し、運動を数学的に表現し証明していったのである。このように静力学から動力学へと発展させたガリレオの功績は大きい。

アリストテレスに代表される哲学者は運動をより広い概念で考えていた。物質の生成や消滅、性質の変化といったものも含め、なぜそれが起こるのかという原因を求めている。それに対し、ガリレオはこのような哲学的議論から離れ、落下運動に関して物体の位置の変化がどのように起こるかを時間の概念でとらえ直し、数学化していくことに成功を収めた。自然に起こる石の落下運動と羽根の落下運動の違いをただ単に説明するのではなく、空気抵抗など二次的な要因を見極め、それを取り除き、真空中の理想化された自然での落下運動を等加速度運動だと結論づけるなど、目の前の現象や経験のみにとらわれることなく本質を追究する科学的な姿勢はすばらしい。またその過程において、摩擦の小さい斜面と完全な球を準備するなど理想化された条件や装置で多くの実験を行い、その結果から仮定した法則が正しいかどうかを確かめたことも注目すべき点である。このように数学化された関係を前提にして実証していくという、これまでの哲学者、科学者にはない新しい科学的方法で現実の自然現象の落下運動を見出していったのである。

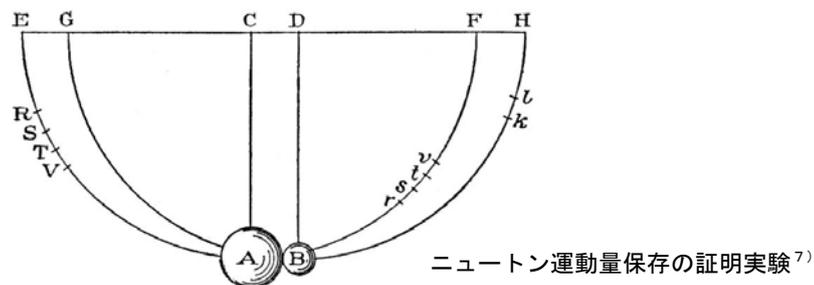
2.3 衝突の法則

ビリヤードに見られるような多様な衝突の現象を理解するためには、多くの先人達の研究を思い起こす必要がある。特にガリレオ(Galileo Galilei 1564-1642)、デカルト(René Descartes 1596-1650)、ホイヘンス(Christiaan Huygens 1629-1695)およびニュートン(Isaac Newton 1643-1727)たちは、先人たちの業績を受け継ぎながら、衝突論を築き上げた。

この衝突の研究は、物体の衝突の前後において運動量の総和が変化しないという運動量保存則の発見へとつながった。

ビリヤードの玉のように、硬い物体どうしの衝突では、衝突後の相対速度の大きさは、衝突前の相対速度の大きさと等しくその比は 1:1 である。これに対しニュートンは、硬くない物体の衝突でもその比が小さくなるだけで、物体が決まれば、衝突後の相対速度の大きさと、衝突前の相対速度の大きさは一定の比(はね返り係数)になることを実験によって発見した。これをニュートンの衝突の法則という。実際、下図のようにして毛糸玉、鋼球、コルクボール、ガラス球などを用いて測定し、たとえば、硬く巻いた毛糸のボールどうしでは衝突前の速さに関わらず 5:9、ガラス球どうしでは 15:16 という値を得た。

衝突論は、運動量保存則とニュートンの衝突の法則にまとめられ、これを用いることにより、どのような衝突をしても、衝突後の物体の運動量や速度を決定できるようになった。



2.4 運動の3つの法則

ニュートンの運動の法則のうち、第1法則(慣性の法則)は、ガリレオ、デカルトによって発見され、第2法則は、ガリレオ、ホイヘンスによって見いだされた。しかし、第3法則(作用反作用の法則)は、2.3のように、ニュートン自身が明確にした法則である。

ガリレオやホイヘンスは、力と運動の関係について、「力は単位時間あたりの移動距離に比例する」と考えて、力の大きさを単位時間あたりの移動距離で表現していた。ニュートンは、この運動の法則の発見について、その功績がガリレオやホイヘンスにあることを明らかにしているが、彼はさらにこの法則を定式化し、さまざまな運動に適用して多くの問題を解決していった。

この法則を、ニュートンは、『プリンキピア』⁷⁾において次のように表現している。すなわち、「運動の変化は、及ぼされる起動力に比例し、その力が及ぼされる直線の方角に行われる」と記述している。しかし、正しくは、「運動の変化」を「単位時間あたりの運動の変化(加速度)」とするか、「力」を「力と時間の積(力積)」とするか、どちらかにしなければならない。「単位時間あたりの運動の変化」をニュートンは「加速力」とよんでいるが、後にこれは「加速度」とよばれるようになる。

3. 万有引力の法則の発見と、意味からの自由

3.1 はじめに

次のことについて考察する。

- ①現象論：天体の運動をどのように記録するか。さらに、その記録から何がわかるか。
- ②実体論：太陽を中心に地球も他の惑星も公転しているというモデルに基づいて、火星の軌道データからケプラーの第1、第2法則を導いてみる。ケプラーの法則は、太陽系の個々の惑星に対して成立する。さらに、惑星全体を統一する法則を探す。
- ③本質論：何を前提として万有引力の法則が導かれるかを考察する。

3.2 現象論：天体の観測からわかること

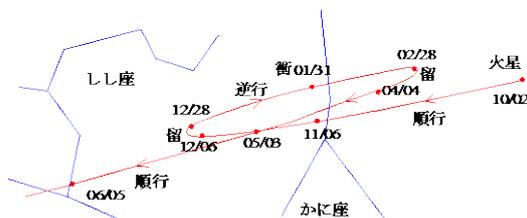
(1) 星座の運動についてわかること

北極星を中心として、星座は1日にほぼ1周する。しかし、星座を構成する星の相対的な位置関係は変化しない。つまり、星座の形は常に同じである。

毎日、同じ時刻に観測すると、星座は1日に約 1° だけ東から西にずれ、1年で元の位置にもどる。

(2) 惑星の運動についてわかること

毎日見ていると、星座の中を移動するいくつかの天体を見つけることができる。惑星ながら運動しているから惑星といい、決まった位置関係にとどまっている星座の星たちとは異なり、自由気ままに遊んでいるように見えるので遊星ともいう。いずれも、planetの訳である。惑星は、星座の中を一定の周期で逆行する時期がやってくる。火星が逆行をくり返す周期(会合周期)は、779.94日である。各惑星は、惑星毎に決まった会合周期を持つ。



約3ヶ月かけて、火星は星座の中を逆行する

(3) 天体の位置の記録方法

星座の中を太陽は1年をかけて1周する。星座の中の太陽の通り道を黄道（こうどう）という。また、北極星の方向と 90° をなし、地球を取り巻く円を天の赤道という。黄道と天の赤道との2つの交点を分点という。このうち、黄道が南から北へ交わる方を春分点といい、春分点を起点(0度)として黄道を360度に分けたものが黄経(こうけい)である。もう1つの交点を秋分点といい、黄経180度に当たる。天球上の春分点を太陽が通過する日が春分の日である。

地球儀の経度、緯度に相当するものを赤経(せきけい)、赤緯(せきい)という。春分点は赤経 0° 赤緯 0° である。天体の位置はこの座標で表すことができる。

(4) 「星座表」による疑似天体観測

iPadアプリ「星座表」は、GPSと連動しており、iPadを向けた方向の天体がiPadの画面に表示される。ただし、iPadに表示される天体は、天体望遠鏡で撮影されたデータをもとにして作られた画像である。室内でも、iPadを太陽のある方向に向けると太陽が表示され、黄道の線が表示される。昼でも太陽のまわりに星座があることを確認することができる。太陽と反対側にiPadを向ければ、その日の夜に見られるはずの天体が表示される。また、

iPad を一定の方向、たとえば、北極星の方に向けて固定しておく、天体が刻々と北極星を中心に回転し、天体の日周運動を確認することができる。

(5) 概念、仮説、先入観

現象論の段階では、現象を正確に観察し、記録することが大切である。ものごとを正確に記録するにはどうすればよいだろうか。スケッチや写真に撮れば正確に天体の位置は記録される。しかし、動きを時間を追って比較するためには数値で表す必要がある。天球とその上に張られた赤経、赤緯の座標系は天体の位置を数値化するための概念である。赤経、赤緯による記録は、天動説や地動説とは独立したものである。

この記録を解釈する段階で天動説や地動説という仮説が現れる。観測者を中心に毎日すべてが回転するから、天動説という仮説は素直でわかりやすい。これに対し、地動説という仮説は直感に反しており、よほど何かの先入観がなければ思いつかない。「先入観」は悪い意味で使われることが多いが、常識に反するようなことを考えるためには、それまでの先入観とは異なる「先入観」や「思い入れ」が必要になる。これらが悪いとすれば、現実によって否定されているにもかかわらずその考えに固執する場合であろう。

3.3 実体論：地動説による観測結果の分析

3.3.1 地動説というモデル

ケプラーには、地球は太陽のまわりを回ることができるという、強い思い入れがあったのではないだろうか。

1600年にギルバートが『磁石について』を発表する。ギルバートは鉄球を磁石にし、その表面に方位磁針を置くと、鉄球のどの位置に置いても方位磁針が鉄球の「北」を指すことを実験的に示した。同様のことが地球表面でも起こっているから、地球は1つの大きな磁石であると発表したのである。

ケプラーは、地球が大きな磁石ならば、太陽も磁石ではないだろうかと考えた。ケプラーは、地球はこの太陽からの磁石の力を受けて運動し、すべての惑星も太陽のまわりを回っているだろうと考えた。このモデルに基づいて、チコ・ブラーエたちの観測データを分析することにした。ただし、この段階では、力についてまったくわかっていない。そもそも「力」概念は、ニュートンを経て、21世紀まで発展し続ける難解な概念である。

3.3.2 惑星の公転周期の決定

地動説に基づいて、火星の公転周期を求めて見よう。

惑星は毎日観測していると定期的に逆行という現象が見られる。火星の場合は779.94日の周期で、3ヶ月ほどをかけて逆行が起こる。逆行現象の中心は、図1のように太陽、地球、火星が一直線上に並ぶとき(この位置関係を会合という)、つまり、地球が火星を追い越す前後に起こる現象である。

会合から会合までの時間は、会合周期

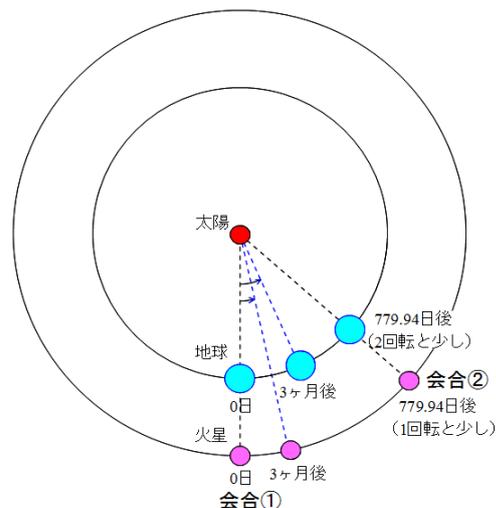


図1 地球と火星の軌道

図4のデータに基づいて火星軌道の作図方法を説明する。

ケプラーの時代、地球と太陽の距離や、地球の軌道が円かどうかはわかっていない。そこで、地球の公転軌道を円と仮定し、紙の上に描いた半径3cmの円を地球の軌道とみなして、以下の要領で火星の軌道を作図する。

図4の1971年11月7日の太陽と地球と火星の位置関係に注目する。地球からは、太陽と火星のそれぞれが黄道上で春分点の方向に対して何度になるかを測定する。その結果、太陽から見た春分点の方向と地球E₁のなす角度

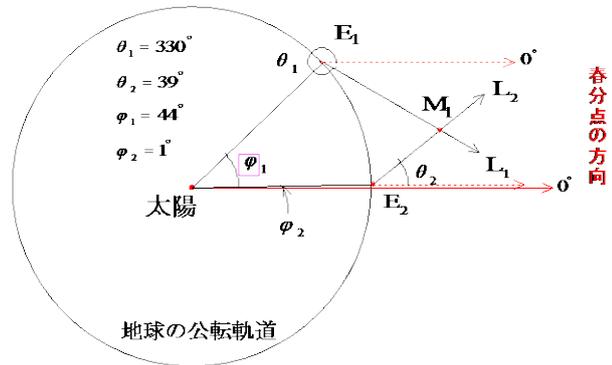


図3 火星の位置の決定方法

は $\phi_1 = 44^\circ$ 、また、地球から見た火星 M₁ の角度は $\theta_1 = 330^\circ$ であった。以上のデータから、図3のように、地球 E₁ の位置と火星の見える方向(矢印 L₁)が決まる。M₁ の位置を決めるには、別の位置から火星がどの方向に見えるかを測定すればよいが、地球外から観測することはできず、地球上の離れた位置から同時に測定しても精度は良くない。

火星の公転周期約687日後の1973年9月24日には火星は元の位置 M₁ に戻ってくる。このとき地球は E₁ とは別の位置 E₂ にいる。E₂ の春分点の方向からの角度、および、地球 E₂ から見た方向(矢印 L₂)の角度は、それぞれ $\phi_2 = 1^\circ$ 、 $\theta_2 = 39^\circ$ である。以上の観測から、図3のように地球軌道に対する火星の位置 M₁ が決定する。

何日かすれば火星は別の位置に移動する。図4のように、89日間隔で火星の位置を決定すると、だいたい45°ずつずれた火星の位置を決定できる。

【演習】図4のデータに基づいて、火星の位置 M₁~M₈ を決定せよ。

間隔	年・月・日	間隔	太陽から見た春分点と地球のなす角[°] ϕ	地球の位置	地球から見た春分点と火星のなす角[°] θ	火星の位置
687日	1971.11.7	89日	ϕ_1 44	E ₁	θ_1 330	M ₁
	1973.9.24		ϕ_2 1	E ₂	θ_2 39	
687日	1973.12.22	89日	90	E ₃	29	M ₂
	1975.11.9		46	E ₄	92	
687日	1976.2.6	89日	136	E ₅	76	M ₃
	1977.12.24		92	E ₆	131	
687日	1978.3.23	89日	182	E ₇	115	M ₄
	1980.2.8		138	E ₈	161	
687日	1980.5.7	89日	227	E ₉	151	M ₅
	1982.3.25		184	E ₁₀	193	
687日	1982.6.22	89日	270	E ₁₁	189	M ₆
	1984.5.9		229	E ₁₂	232	
687日	1984.8.6	89日	314	E ₁₃	234	M ₇
	1986.6.24		272	E ₁₄	292	
687日	1986.9.21	89日	358	E ₁₅	291	M ₈
	1988.8.8		316	E ₁₆	10	

図4 火星の位置の観測データ

3.3.4 太陽中心モデル

図5のように、地球の公転軌道を円と仮定して描き、観測データに基づいて火星の位置8カ所が作図によって決定する。外側の円は、点Cを中心として、火星の8カ所の位置をだいたい通るように描いたものであり、火星も円軌道を描くと主張することは可能である。

しかし、ケプラーは火星の軌道が楕円であると主張した。なぜだろうか。

図5は1970年代の観測であるが、チコ・ブラーエたちの観測データの信頼性も高かった
のであり、円軌道からのズレが誤差によるものではないという確信があった。

さらに、単なる地動説ではなく、惑星は太陽から「磁力」を受けながら
運動しているだろうという「思い入れ」「先入観」「直感」「仮説」、
どう呼べばよいかわからないが、太陽が惑星運動の原因であるという
「信念」があったのではないか。

太陽の位置Sは、図5の外側の円の中心Cから明らかにずれている。
点Cに対する点Sの対称点S'をとると、SとS'を楕円の焦点とする楕円上に火星の8カ所の点
が乗るのではないかと考えられる。実際にその楕円を描いてみると、この大きさ
の図では、点Cを中心とする円とほとんど変わらないことがわかる。したがって、この段階では火星の軌道が楕円であるとは
言えない。

やはり"火星の軌道は楕円である"という「思い入れ」が重要である。もちろん、楕円で
ないことが証明されても楕円に固執するならば、「思い入れ」は科学的ではない。

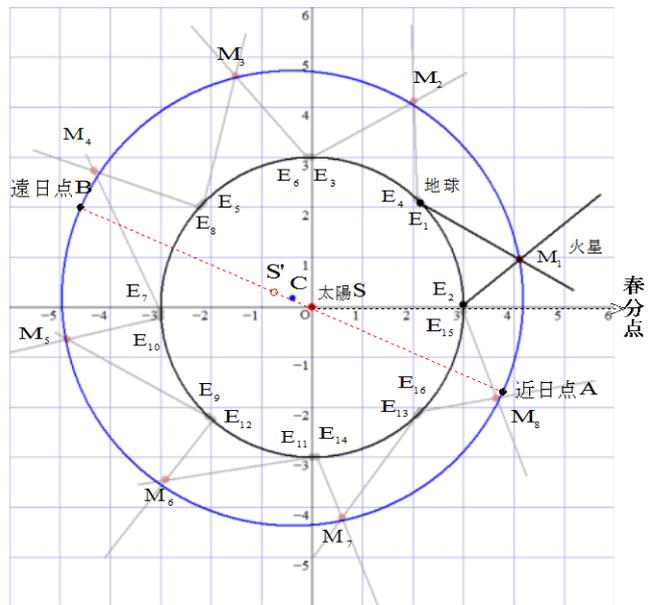


図5 地球軌道と火星軌道の作図結果

3.3.5 楕円軌道の証明(ケプラーの第1法則)

楕円とは、2つの焦点からの距離の和が一定の図形である。

図5について、 SM_n と $S'M_n$ の長さを測定し、その和の標準偏差を求めると、図6の表
のように、ほぼ一定となった。データ数は少ないが、楕円とみなしても良さそうである。
ケプラーは、チコ・ブラーエのデータから楕円軌道を導いている。

火星	SM_n	$S'M_n$	和	比
M_1	42.8	49.2	92.0	1.005
M_2	46.1	47.2	93.3	1.019
M_3	48.1	43.2	91.3	0.998
M_4	50.0	41.9	91.9	1.004
M_5	48.7	41.8	90.5	0.989
M_6	46.1	44.5	90.6	0.990
M_7	43.0	47.9	90.9	0.993
M_8	41.8	49.9	91.7	1.002
	平均		91.53	1.000
	標準偏差		0.858	0.009

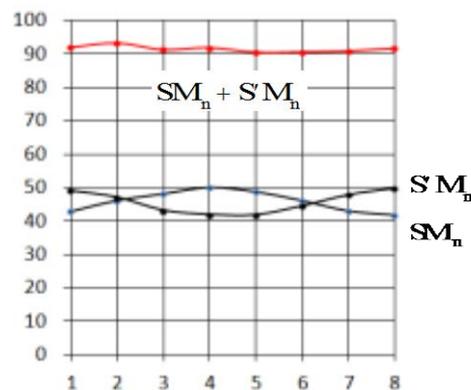


図6 楕円と円の比較

3.3.6 面積速度一定の法則(ケプラーの第2法則)

面積速度は式(1)で定義される。火星の場合は、太陽と火星を結ぶ線分が単位時間に掃く面積である。式中の記号 \propto は、比例を意味する。

扇形の中心角を[rad]で表すと、扇形の面積 $= \frac{1}{2} \times \text{半径}^2 \times \text{中心角[rad]}$ であるから、

$$\text{面積速度} = \frac{\text{扇形の面積}}{\text{時間}} \propto \frac{1}{2} \times \text{太陽からの距離}^2 \times \text{公転角度} \quad (1)$$

M_1 から M_2 、 M_2 から M_3 、 \dots 、 M_7 から M_8 へ進む時間はどれも 89 日である。そこで、扇形 SM_1M_2 、 SM_2M_3 、 \dots 、 SM_7M_8 の面積を求め、等しいかどうかを調べる。

扇形の面積の比は、図 5 を印刷し、各扇形の質量の比を電子天秤で測定することにより求める。

測定結果は図 7 のようになり、面積比を見てみるとほぼ一定であると言える。

ケプラーは、チョコ・ブラーエのデータから面積速度一定の法則を発見している。

扇形	質量比 $\times 10^{-4} \text{g}$	面積比
SM_1M_2	581	1.002
SM_2M_3	561	0.968
SM_3M_4	578	0.997
SM_4M_5	583	1.006
SM_5M_6	575	0.992
SM_6M_7	567	0.978
SM_7M_8	613	1.057
平均	579.7	1.000
標準偏差	15.388	0.027

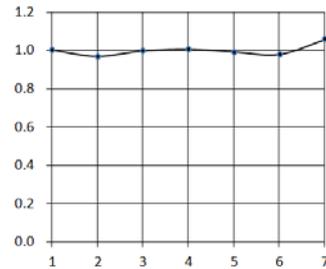


図 7 面積速度の分析

3.3.7 楕円の補足

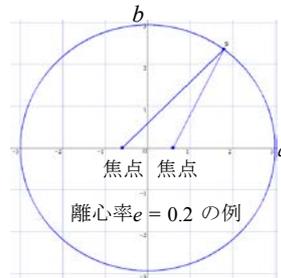
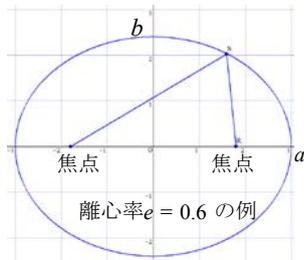
a : 長軸半径、 b : 短軸半径、離心率 e とすると、楕円の方程式は $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

離心率 $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ 、焦点の座標 $(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0) = (\pm ae, 0)$ 、 $b = a\sqrt{1 - e^2}$ である。

地球半径 $r=3$ のとき、図 5 より、火星の長軸半径 $a=4.57$ 、短軸半径 $b=4.55$ より、

$$\text{火星の離心率は } e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = 0.0934$$

ちなみに、地球の離心率は 0.0167 であり、火星の公転軌道に比べれば円と見なせる。



3.4 実体論:惑星の観測からわかること(ケプラーの第3法則)

太陽系の惑星について、公転軌道の長軸半径 r [au]と公転周期 T 年の観測データの間になり立つ法則をケプラーの第3法則という。観測値に基づいて、この式を導いてみよう。
[au]は astronomical unit の略で、太陽と地球の平均距離を意味し、1au=1億5000万 km。

	天体の直径 (km)	天体の質量 (kg)	軌道長半径	公転周期	$\frac{r^3}{T^2}$
			[au]	[年]	
			r	T	
太陽	1392000	1.989×10^{30}			
1 水星	4879	3.302×10^{23}	0.38710	0.24	0.999
2 金星	12104	4.869×10^{24}	0.72333	0.62	1.001
3 地球	12756	5.974×10^{24}	1.00000	1.00	1.000
4 火星	6794	6.419×10^{23}	1.52366	1.88	1.000
5 木星	142984	1.899×10^{27}	5.20336	11.86	1.002
6 土星	120536	5.688×10^{26}	9.53707	29.46	0.999
7 天王星	51118	8.683×10^{25}	19.19138	84.01	1.002
8 海王星	49572	1.024×10^{26}	30.06896	164.79	1.001

軌道長半径と公転周期の関係

①グラフで表すと図8上図のようになる。グラフからはどのような関数かは判断できない。数値の小さいものと大きいものが r は2桁、周期は3桁も異なっている。

②両対数グラフに描くと図8下図のように、グラフは直線になる。直線の傾きを a 、縦軸切片を b とすると直線の式は、

$$\log T = a \log r + b \quad (2)$$

と表される。 $\log 1 = 0$ であるから、縦軸、横軸とも目盛1のところを原点である。

グラフの傾きを定規で測定すると、 $a = 1.5$ 、 $b = 0$ となる。

③これを式(2)に代入すると、

$$\begin{aligned} \log_{10} T &= 1.5 \log_{10} r = \log_{10} r^{\frac{3}{2}} \\ \therefore T &= r^{\frac{3}{2}} \quad \therefore \frac{r^3}{T^2} = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

これで、ケプラーの第3法則が求まった。上の表の右端は計算結果である。軌道長半径の3乗と公転周期の2乗の比は一定であることがわかる。

この法則が万有引力の法則につながる。

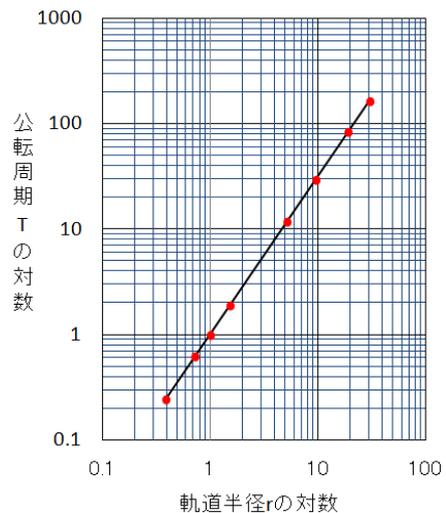
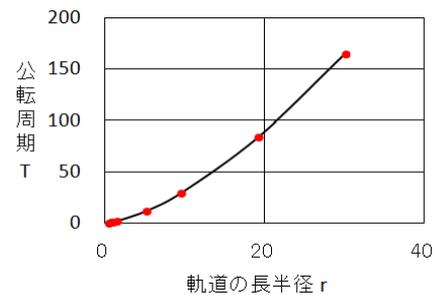


図8 ケプラーの第3法則

3.5.4 残された課題

万有引力の法則には2つの大きな課題が残っている。一つは万有引力定数 G の決定である。もう一つは式(4)が質点どうしの力であり、実際の太陽と惑星、あるいは、地上の物体と地球という大きさを持つ物体の間の力をどう計算するかである。これらの課題は、万有引力の法則にとって実用上の問題であるが、困難な課題であった。

3.5.5 万有引力定数の測定

第2の課題はニュートン自身によって解決され、この解決をまってプリンキピアを完成したのが1687年である。結論は、物体の質量分布が球対称ならば、物体の全質量が球の中心に集中しているとして、質量中心間の距離 r を用いることにより、万有引力の法則をそのまま使えるというものである。このことは後の節で証明する。

第1の課題である万有引力定数 G の測定は、1798年にキャベンディッシュが成功している。ニュートンからほぼ100年後である。それは次のような実験である。

質量 M の2つの球を棒の両端に取り付け、中央を銀線でつり下げる。球体 M に質量 m の球体を近づけると引力がはたらく。 $m=1.00$ [kg]、 $M=50.0$ [kg]、 $r=0.200$ [m] のとき、引力が 8.33×10^{-8} [N] であった。式(4)に代入すると次の値が得られた。

$$G = \frac{F r^2}{M m} = \frac{8.33 \times 10^{-8} \times 0.2^2}{50 \times 1} = 6.66 \times 10^{-11} \text{ [Nm}^2/\text{kg}^2]$$

現在の測定値は $G = 6.673 \dots \times 10^{-11}$ [Nm²/kg²] であり、非常にいい値である。

3.5.6 大きさを持った物体どうしの万有引力

大きさを持った物体どうしの万有引力を求めることが困難であることを次の問で考えてみよう。

【問】質量 m の質点 A、B、C がある。

- ① A と B がともに C から 4[m] 離れているとき、C が受ける引力を求めよ。
- ② C から A が 5[m]、B が 3[m] 離れているとき、C が受ける引力を求めよ。
- ③ ②の A と B がそれらの質量中心にあるときが①の場合である。①と②の力は等しいか。

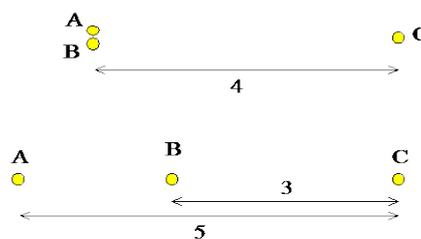


図9 万有引力と質量中心

【解答例】

$$\textcircled{1} F = G \frac{2m \cdot m}{4^2} = \frac{1}{8} G m^2 = 0.125 G m^2$$

$$\textcircled{2} F = G \frac{m \cdot m}{5^2} + G \frac{m \cdot m}{3^2} = G m^2 \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{9} \right) = \frac{34}{225} G m^2 = 0.151 G m^2$$

③ ①と②は等しくない。

この問からわかるように、半径 R 、質量 M の地球の中心から r 離れた質点 m が受ける引力 F が、式(4)で表せるかどうかは証明すべきことである。

3.6 球殻による万有引力

半径 R 、厚さ dR 、密度 ρ 、質量 M の一様な球殻を考え、この球殻の中心から x 軸方向に r_0 離れた質点 m が球殻に及ぼす万有引力を計算する。

図 10 のように、 x 軸と角 θ 、 $\theta+d\theta$ で区切られる幅 $Rd\theta$ 、厚さ dR の矩形を x 軸のまわりに回転してできるリングには、 r 方向に万有引力 df_0 がはたらくが、 x 軸に垂直な成分は、反対側の部分の力と打ち消しあう。

したがって、リングにはたらく力 df は $df_0 \cos \varphi$ である。球殻全体にはたらく力 f は、つぎのように積分で表される。

$$\begin{aligned} \text{リングの質量 } dM &= \rho \cdot 2\pi \cdot R \sin \theta \cdot Rd\theta \cdot dR \quad \text{、球殻の質量 } M = \rho \cdot 4\pi R^2 dR \\ f &= \int df = \int \frac{Gm \cdot dM}{r^2} \cos \varphi = \int \frac{Gm \cdot \rho \cdot 2\pi \cdot R \sin \theta \cdot Rd\theta \cdot dR \cdot \cos \varphi}{r^2} \\ &= \int_0^\pi \frac{2\pi Gm \cdot \rho \cdot R^2 dR \cdot \cos \varphi \sin \theta}{r^2} d\theta = \int_0^\pi \frac{GmM \cdot \cos \varphi \sin \theta}{2r^2} d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

r 、 θ 、 φ が連動して変化するので、 θ と φ の消去を考える。まず、球の中心とリングの 1 点および質点 m でできる三角形に第 2 余弦定理を用いると、

$$\begin{aligned} r^2 &= R^2 + r_0^2 - 2Rr_0 \cos \theta \quad \text{より} \quad R \cos \theta = \frac{R^2 + r_0^2 - r^2}{2r_0} \\ \therefore \cos \varphi &= \frac{r_0 - R \cos \theta}{r} = \frac{r_0^2 - R^2 + r^2}{2r_0 r} \end{aligned} \quad (6)$$

また、第 2 余弦定理の式の両辺を θ で微分すると、

$$2r \frac{dr}{d\theta} = 2Rr_0 \sin \theta \quad \text{より、} \quad \sin \theta d\theta = \frac{r dr}{Rr_0} \quad (7)$$

変数を θ から r に変換すると、 r は $r_1 \rightarrow r_2$ となる。

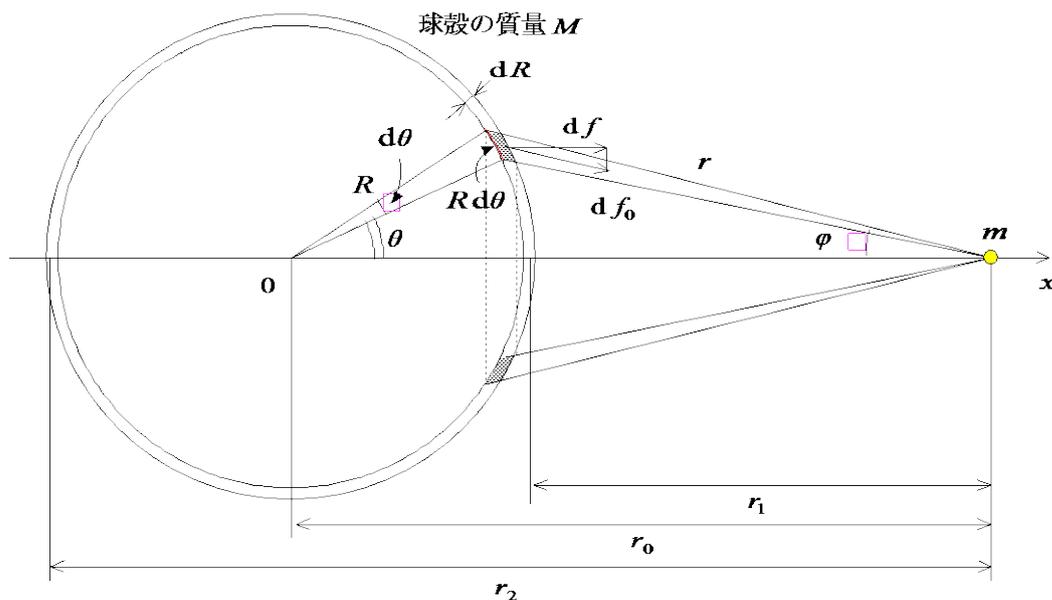


図 10 球殻による万有引力の計算

式(6)、式(7)を式(5)に代入すると、リングにはたらく万有引力 f は、

$$\begin{aligned}
 f &= \int_0^\pi \frac{GmM \cdot \cos\varphi \sin\theta}{2r^2} \cdot d\theta = \int_{r_1}^{r_2} \frac{GmM \cdot \frac{r_0^2 - R^2 + r^2}{2r_0 r}}{2r^2} \cdot \frac{r}{Rr_0} \cdot dr \\
 &= \frac{GmM}{4r_0^2 R} \int_{r_1}^{r_2} \left(1 + \frac{r_0^2 - R^2}{r^2}\right) dr = \frac{GmM}{4r_0^2 R} \left[r - \frac{r_0^2 - R^2}{r} \right]_{r_1}^{r_2} \\
 &= \frac{GmM}{4r_0^2 R} \left\{ r_2 - r_1 - (r_0^2 - R^2) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \right\} = \frac{GmM}{4r_0^2 R} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} (r_0^2 - R^2 + r_1 r_2) \quad (8)
 \end{aligned}$$

① 質点 m が球殻の外にある場合

密度が一樣な球殻が外部の質点に及ぼす万有引力は、球殻の全質量が球殻の中心に集中しているとして計算したものと同じになる。これは、式(8)を用いて次のようにして証明できる。質点が球殻の外にある場合、質点から球殻にはたらく万有引力 f は

$$\begin{aligned}
 r_1 = r_0 - R, r_2 = r_0 + R \text{ であるから、} r_2 - r_1 = 2R, r_0^2 - R^2 = r_1 r_2 \\
 \therefore f = \frac{GmM}{4r_0^2 R} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} (r_0^2 - R^2 + r_1 r_2) = \frac{GmM}{4r_0^2 R} \cdot \frac{2R}{r_1 r_2} (r_1 r_2 + r_1 r_2) = \frac{GmM}{r_0^2} \quad (9)
 \end{aligned}$$

よって、質点が球殻から受ける力は f の反作用であり、大きさはこの f に等しい。

② 質点が球殻の内部にある場合

球殻の内部にある質点が球殻に及ぼす万有引力の合計は0であり、球殻が球殻内部の質点におよぼす万有引力の合計も0となる。これも、式(8)から同様に証明できる。

$$\begin{aligned}
 r_1 = R - r_0, r_2 = R + r_0 \text{ であるから、} r_2 - r_1 = 2r_0, R^2 - r_0^2 = r_1 r_2 \\
 \therefore f = \frac{GmM}{4r_0^2 R} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} (r_0^2 - R^2 + r_1 r_2) = \frac{GmM}{4r_0^2 R} \cdot \frac{2r_0}{r_1 r_2} (-r_1 r_2 + r_1 r_2) = 0 \quad (10)
 \end{aligned}$$

3.7 球による万有引力

球体の密度が半径だけの関数、つまり、質量分布が球対称ならば、球体が外部の質点 m に及ぼす万有引力 F は、式(9)から、球体の全質量 M が球体の中心に集中している質点として扱える。

$$\therefore F = \frac{GmM}{r^2}$$

【問】図のように、地球の中心を通るトンネルが掘れたとする。

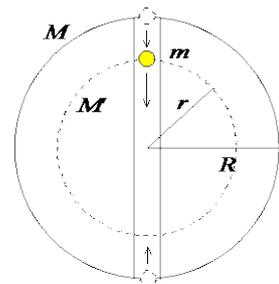
地表から初速度0で落下した小物体が地球の裏側で折り返し、再びもどって来るまでの時間を求めよ。

【略解】 $\frac{M'}{M} = \frac{r^3}{R^3}$ より $F = \frac{GM'm}{r^2} = \frac{Gm}{r^2} \cdot \frac{r^3}{R^3} M = \frac{GMm}{R^3} \cdot r$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{R^3} \cdot r = -\frac{g}{R} r = -\omega^2 r$$

加速度が変位に比例し、変位と逆向きであるからこの力は復元力であり、単振動をする。よって、周期は次のように求まる。

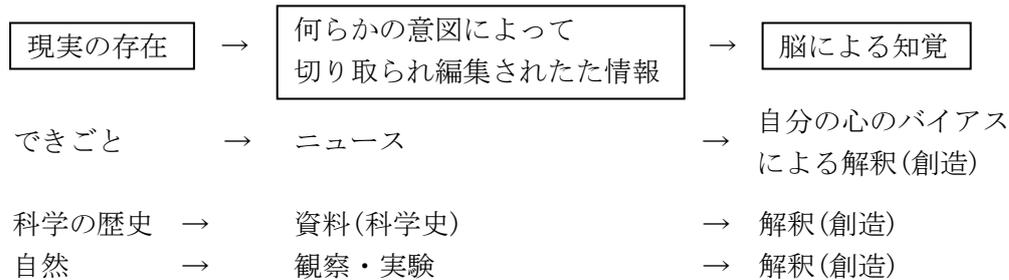
$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 5066 \text{ 秒} = 1.4 \text{ 時間}$$



第3章 物理学から見た生命研究

メンデルの法則から DNA 発見まで

1. 限られた情報から何を創造するか



1.1 課題1 『ぼくを探しに』の先の物語をつくってみよう。

シェル・シルヴァスタイン作・絵、倉橋由美子訳『ぼくを探しに』⁹⁾ (講談社)の絵本の初めのページから、「ころがりながら ぼくは歌う」のページまでを読み、その後の物語を自分で創作しよう。

大切なことは、自分で考えることである。自分の感性を研ぎ澄ますことである。人の意見を聞きながら、自分の考えを深めることである。

各自がどのような物語を創造したかを発表し、最後に、作者はどのような物語を創造したかを読む。



1.2 課題2 星新一著『おーい でてこーい』¹⁰⁾の先の物語をつくってみよう。

「台風が去って、すばらしい青空になった。」から、ちょうど半分ほどの部分、「その時、」までを読み、その後の話を創作しよう。

「考える」とは想像することではない。すでにそこにあるものを見つけることではない。「考える」とは、創造すること、ないものをつくり出すことである。

今見ている目の前の現象を人に伝えることがいかに難しいことか。むしろ、正確に伝えることは不可能であるということに気付きたい。たとえば、「ねこ」という文字の並びを見て、考えたことを絵や文章で書いてみよう。となりの人はどんなことを書きたろうか。自分と同じだろうか。

言葉とは概念である。概念は、人それぞれによって同じものはない。私たちが得る情報、人の話、書籍、テレビ、インターネット、さまざまなメディアから得る情報を、どのように受け止めているだろうか。目や耳に入ってくるものを真実として受け止めてはいないだろうか。

限られた情報から創造したものを、検証する姿勢が常に必要である。

2. 17世紀科学器具の発達と自然研究

新しい道具が、自然の理解を変えていく。資料「17世紀における科学器具の発達」を読み、一つの科学器具が自然認識をいかに変えたかを考える。

○研究方法としての実験が開始される

『近代科学の歩み』¹¹⁾のなかの一文、S.リリー著「17世紀における科学器具の発達」を読み、実験というものが自然科学の研究方法として開始された頃の様子をたどる。

○中世の科学者の研究室と研究方法はどのようなものだったか？

中世の科学者の部屋には、書物、紙とペンとインクしかないのがほとんどであった。考えることだけで自然を研究できるものと考えていた。

○16世紀末に、自然に関する研究方法として「実験」という方法が開始される

16世紀末の実験室には、特別に設計された物はなく、日常生活の道具がほとんどであった。土地測量士が使う測量測定器具、金細工師の天秤、大工道具と測定具、航海術から借りてきた器具などである。特に航海術は当時発達しており、精密な器具がたくさん生み出されていた。このように、科学実験が行われるよりも以前に、航海やさまざまな製造業、測量などで自然と向き合う多くの道具が開発されていたが、科学者がこれらの道具を用いて自然を理解しようとする姿勢が現れたのは16世紀末である。

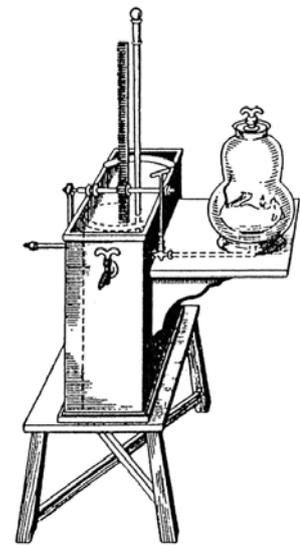
2.1 科学器具の具体例

①16世紀吸い上げポンプの開発

鉱山業の発達によって、より深い鉱坑を浸水から守る必要から、吸い上げポンプの改良が進んだ。吸い上げポンプの発達に促されてハーベーの血液循環の概念(1628年)、ガリレオの大気圧の概念と気圧計の発明がもたらされる。

②ボイルの真空の実験(1658年～)

ロバート・ボイル(1627-1691)は真空ポンプを使って、新事実を次々と発見する。新事実を次々と発見すること自体に喜びを感じる。右図は、ボイルが作った2番目の空気ポンプであり、右のガラス容器の中の空気を抜くことができる。



ボイルの真空ポンプ

【問】この真空ポンプを用いてボイルはどのような実験をしたらだろうか。あるいは、あなたはどのようなことを調べたいと思うか。

ボイルは下記のように、このガラス容器の中に時計や火やネズミなどを入れて変化を観察し、空気の存在との関係を次々に調べた。

- ・音と空気 ・光と空気 ・磁力と空気 ・燃焼と空気
- ・生物と空気 ・呼吸と空気 ・生命維持と空気
- ・呼吸と燃焼 ・空気の圧力と体積

たった一つの道具や装置によって、それまで誰も考えつかなかった自然の豊かさが発見されてきた。たとえば、望遠鏡、顕微鏡、温度計、気圧計、振り子時計、・・・などの道具や装置の発明は、自然に対する理解をどのように変えていったかを考えよう。



③フックの顕微鏡

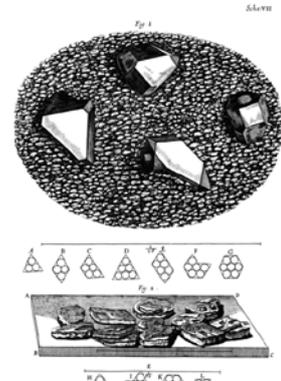
ロバート・フック(1635-1703)は顕微鏡を発明し、1665年『ミクログラフィア』を出版する。布、紙、ノミ、ガの触覚、コルク、細胞の発見、雪の結晶、その他さまざまなものを観察し、正確なスケッチを記録している。



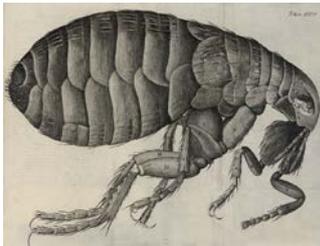
フックの顕微鏡



コルクのスケッチ



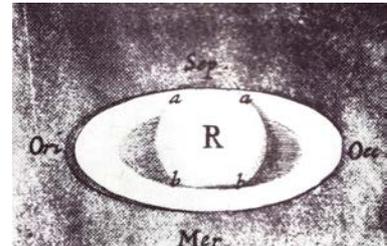
結晶のスケッチ



ノミのスケッチ



シラミのスケッチ



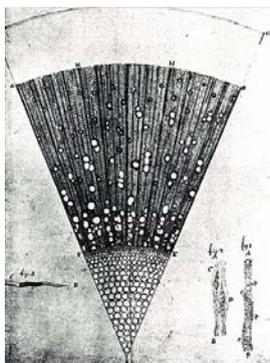
土星のスケッチ

④レーウェンフックの顕微鏡

フックの顕微鏡は凸レンズを組み合わせたものであった。これに対して、アントニ・ファン・レーウェンフック(1632-1723)の顕微鏡は、小さな球形の単レンズを通して観察するもので、構造が非常に簡単である。しかし、フックの顕微鏡よりもはるかに高性能であった。当時、昆虫は自然発生すると考えられていたが、レーウェンフックは親の産んだ卵から孵化することを発見した。微生物を観察したり、赤血球が毛細血管を通ることを発見したり、精子を発見している。

1674年 池の水の中に微生物を発見する。(倍率 200 倍)

1677年 精子を発見する。



トネリコ属の木質部



レーウェンフック

3. メンデルの遺伝の法則と物理学

修道院の神父であったメンデルが、なぜ遺伝の研究をし、遺伝の法則を発見したのだろうか。メンデル著『雑种植物の研究』¹²⁾の解説中の伝記の要約にもとづいて、遺伝の研究に至った社会的背景と遺伝の法則の発見を可能にした物理学的研究手法を調べよう。

3.1 課題設定

- (1) なぜ、修道院の神父さんであるメンデルが遺伝の研究をしたのだろうか。
- (2) メンデルがエンドウを栽培したのはなぜだろうか。
- (3) メンデルが、遺伝の法則（メンデルの法則）を発見できたのはなぜだろうか。
- (4) メンデルの法則が、発表当時、他の研究者から無視されたのはなぜだろうか。
- (5) メンデルの法則が評価されるようになったのはなぜだろうか。

3.2 伝記の要約

メンデルは、修道院の神父であった

- ① グレゴール・ヨハン・メンデルは、1822年7月22日に生まれた。この年は、あなたが生まれる何年前ですか。
- ② 当時オーストリア-ハンガリー帝国モラビアの首府だったブリュンの近くの、戸数72個の寒村にメンデルは生まれた。（この地方は1918年から1992年まではチェコスロバキアとなり、東欧の崩壊後は、チェコ共和国となった。右図）
- ③ メンデルの父は豊かな農民であり、母の家系は代々の園芸業者であったので、メンデルは子供の頃から、植物の栽培や交雑、接ぎ木などの方法を教えられた。また、村の人々は教育に熱心であり、メンデルは教育環境に恵まれていた。
- ④ メンデルは成績が優秀で、1840年(18才)に高校(ギムナジウム)を卒業する。父が病気で農作業ができなくなったが農業を継がず、勉学の道を選び、上の学校に進む。その学校での最初の試験では、数学とラテン語で最優秀の成績を収める。()内はメンデルの年齢
- ⑤ しかし、病弱で、また、学費の目途も立たなかったため、大学に進むのを断念し、物理学の教授フランツに相談した。フランツ先生は、ブリュン修道院から優秀な生徒を推薦するように頼まれていたので、メンデルを紹介した。メンデルは1843年(21才)、ブリュン修道院に入った。ブリュン修道院の院長ナップは、大学教授になることが夢であったので、院長自身研究に熱心であった。
- ⑥ メンデルは1848年(26才)、修道院の神学コースを優秀な成績で終了し、ブリュンで修道士の仕事に就く。しかし、神父の仕事はメンデルには合わず、病気になる。そこで、ナップ修道院長は、1849年(27才)、メンデルに新設された高校のギリシャ語、ラテン語、数学の教師の職を用意した。
- ⑦ 1850年(28才)、博物学の教師もできるように、ウィーン大学で教師資格試験を受けた。しかし、書類選考は合格するが、口頭試問で失敗する。のちに、もう一度受験するが、やはり、口頭試



問で不合格となる。それは、大学の試験官の考えよりもメンデルの考えの方が正しかったのだが、メンデルの考えが時代を先取りしすぎていて、試験官がメンデルの考えを理解できなかったからである。

⑧メンデルは、1851年(29才)から1853年にかけてウィーン大学に留学し、物理学のコースを学んだ。物理学の他、数学、化学、動物学、植物学、植物生理学、古生物学の単位を取得した。1854年(32才)からブリュンの州立専門学校で代用教員となり、物理学と自然史学を担当した。それは、1868年(46才)に修道院長になるまで続いた。教師としてのメンデルは、人望が高く、生徒にも慕われていた。学校へはずっと修道院から通っていた。

⑨当時の修道院の仕事は、宗教上の役割だけでなく、教育、文化、殖産など、その土地のすべてについて指導者の役割を果たすことであった。ブリュン修道院の畑では、くだものの栽培や羊の飼育の条件や品種改良にも取り組んでいた。良質のワインを求める人々の要求に応じて、ワインの材料であるブドウの品種改良も行っていた。

⑩メンデルは、州立専門学校に勤めながら、修道院の畑でブドウの品種改良に取り組もうとする。しかし、メンデルは、物理学の自然探究の方法を身につけていたので、無計画に交雑をくり返してブドウの新品種ができるのを待つよりも、もっと系統的に調べるべきだと考えた。

⑪そもそも新品種はなぜできるのか。それを調べるには、種をまいてから花が咲き実ができるまでに何年もかかるブドウは不適切である。そこで、いろいろ試した結果、種をまいてから1年で花が咲き種が取れるエンドウで実験することにした。

有名なエンドウの実験は、1856年(34才)から1862年(40才)にかけて行われ、1865年2月と3月にブリュン自然科学会例会で口頭発表され、1865年のブリュン自然科学会誌に掲載された。現在、メンデル著『雑種植物の研究』(岩波文庫)として読むことができる。

⑫メンデルの発表内容は、エンドウの形や色など7つの形質に注目し、個数を調べ、個数が示す現象の奥に潜む法則を数学的に分析し、三つの法則(分離、独立、優性の法則)に集約したものである。また、遺伝を支配する因子をA a B bなどの単純な記号で表した。

当時の博物学は、現象を観察分類するのが主であり、数量的に調べる方法を持っていなかった。博物学者や生物学者はメンデルの思考方法を理解できず、メンデルの論文は学者達から無視された。

⑬メンデルは、エンドウで得られた遺伝の法則が一般的に成り立つかどうかを調べるため、他の生物(ヤナギタンポポ、ミツバチ、ネズミなど)でも実験している。

⑭1868年(46才)、ブリュン修道院長に就任する。修道院長の仕事は忙しく、研究はできなくなる。1884年(62才)に亡くなる。

⑮1900年(発表から35年後、メンデルの死後16年)に、3人の学者が独立に遺伝の法則を発見し、自分たちの研究がすでにメンデルによって正確に発見されていたとして、メンデルの業績をたたえた。3人の学者とは、ド・フリース(オランダ)、コレンス(ドイツ)、チェルマク(オーストリア)である。「メンデルの法則」と名づけたのは、コレンスである。

3.3 課題と解答例

(1)なぜ、修道院の神父さんであるメンデルが遺伝の研究をしたのだろうか。

修道院は地域の指導者であり、植物や羊の飼育条件の改善や品種改良も仕事であった。新品種をつくるために、メンデルは遺伝のしくみに注目したのである。

(2)メンデルがエンドウを栽培したのはなぜだろうか。

エンドウは自家受精する。エンドウは、種をまいてから1年で花が咲いて、種つまり子孫ができる。また、種子が丸いとか、しわがあるなど、形質がはっきりしている。これらの理由から、親と子の遺伝の関係を実験するためには、エンドウが適していると判断した。

(3)メンデルが、遺伝の法則（メンデルの法則）を発見できたのはなぜだろうか。

メンデルは、当時すでに高度に発達していた物理学を学び、その研究方法を遺伝の研究に適用したから発見できた。

- ・ありのままを観察して記録することは最も大切である。
- ・しかし、複雑な現象の奥には単純な法則があるはずである。
- ・遺伝の何に注目すべきかという視点から、形質に注目した。
- ・形質の遺伝に規則性があるかどうかを確かめるために、実験を計画し、実施した。つまり、エンドウという生物に注目し、実験を計画し、観察結果を数量的に整理し、法則を導いた。
- ・この法則（仮説）が正しいかどうかを検証するために、その法則が他の生物にも当てはまるかを確かめる実験をした。その結果、この遺伝の法則が一般に成り立つだろうと主張できた。

(4)メンデルの法則が、発表当時、他の研究者から無視されたのはなぜだろうか。

当時の博物学は、現象を観察分類するのが主であり、数量的に調べるという方法論、および、数量的に調べる統計的方法を持っていなかったため、博物学者や生物学者はメンデルの思考方法を理解できなかった。

(5)メンデルの法則が評価されるようになったのはなぜだろうか。

1900年に、ド・フリース、コレンス、チェルマクらが、独立に遺伝の法則を発見し、自分たちの研究がすでにメンデルによって正確に発見されていたことを公表し、メンデルの業績をたたえたからである。

4. 科学史の意義について

○小柴昌俊著『物理屋になりたかったんだよ』¹³⁾より

「科学は習っているだけでは楽しくない。自分で考えてやってみてはじめて、おもしろいと思えるものだ。」「そもそも実験はわからないことがあるからやるのだ。」

○朝永振一郎著『科学者の自由な楽園』¹⁴⁾より

「何日も考えつづけて、むずかしい問題の解けたときの喜びは、たとえ答のわかっている練習問題でも、それは純粹に学問的な創造の喜びに近い。」「学問の建設をその目で見ること。」
「物理的肉付けと哲学的背景をたっぷり持った仁科先生の講義。」「科学者の自由な精神活動を感じとる。」「科学史の学習がたくさんの事例を示すことで知識過剰になるべきではない。知的な渴望が、知的好奇心、野次馬的のぞき見主義的好奇心ではなく、精密化としての好奇心をそそり、学問への希求につながるべきである。」

○科学史から何が見えてくるだろうか。科学史によって学問に興味を持つことができるか。自然の理解を容易にできるようになるか。理解を深められるか。自分で課題を見つけられるか。創造的活動を促進できるか。

①一般に教科書は、現在の学問体系に従って、整理された知識や理論が表現されている。その理論は、「知識全体の氷山の一角に過ぎない。」¹⁵⁾ 科学史を学習や研究に取り入れることによって、その理論を生み出した社会的背景や人間の活動、概念や理論の発展が見えてくる。

②教育は、子供の精神の発達にあわせて組み立てられねばならない。子供は、成長と共にどのように物事を認識するか。自然科学に関する概念の発展の過程と、個人の認識の発展の過程とを比べることによって、科学教育の進め方が見えてくる。

③研究者は、どのようにして学問を発展させてきたのだろうか。自然科学の概念形成やその内容の変遷を知ることによって、創造的活動を進める上の方針が見えてくる。

④科学史は、そもそも人間の歴史の大きな部分を占めている。中世、近代から現代に近づくほど、人間社会の変動に自然科学は大きな役割を占めてくる。自然科学を学ぶこと、さらに科学史を学ぶことにより、歴史の本当の原動力が見えてくる。どのような自然科学の成果も、それが人間社会に与えた影響はプラス面もマイナス面もある。

○科学史を学ぶ際の心構えについて広重徹¹⁶⁾は述べている。

①原典を読み、史実を記述する。原典が入手できない場合は信頼できる研究書・論文を読む。過去の事実を今日の頭で解釈しないこと。現代の観念を過去に投影しないこと。過去の事実をその時代の人々の脳裏に映じた姿で捉え、その時代にそれが持った意味を見極める。法則や定理は、現代の教科書に記述されているような意味で、それを見出した人々も同じように理解し、意義づけられていたかのように誤解してはならない。それぞれの時代の手持ちの材料を使い、既存の思惟の枠組みに縛られながらそれぞれの認識に達したのである。歴史的制約を通して、その制約を打ち壊すにいたる認識が形成されてくる過程を分析することこそ、科学史の意義がある。

②過去の事実が何を契機として生じ、互いにどのように関連しあったのかを明らかにし、諸事実に歴史的な意味づけを与える。その研究が行われた動機、どのような意図でその問題が取り上げられたのか、その研究を進めるとき根底にあった考え方に注目する。また、研究の結果が当時の人々にどのように受け取られ、どのように定着していったかを記述する。

③個々の分野について述べるだけでなく、それぞれの時代の物理学の大きな特徴・趨勢をも明らかにする。個々の過程は、全体と関連づけることによってのみ、真の意味が明らかになる。

5. X線回折によるDNA分子構造の発見

5.1 通説

DNA二重らせん構造は、1953年、分子模型を構築する手法を用いてジェームズ・ワトソン (James Watson) とフランシス・クリック (Francis Crick) によって提唱された。

1962年、この研究により、ワトソンとクリックはモーリス・ウィルキンス (Maurice Wilkins) とともにノーベル生理学・医学賞を受賞した。

5.2 ロザリンド・ فرانクリン (1920-1958)

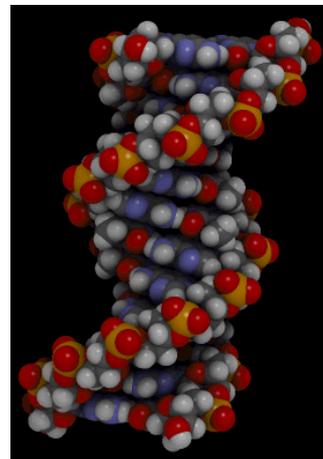
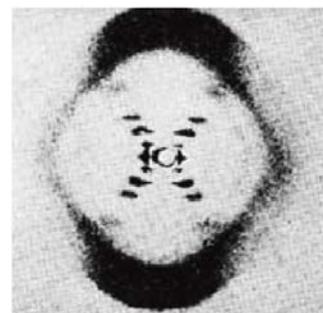
ロザリンド・フランクリンは、フランス留学後の1950年、ロンドン大学のキングス・カレッジに研究職を得て、X線結晶学の研究に没頭した。X線結晶学とは、結晶へのX線照射による物質の散乱パターンを、逆フーリエ解析を用いて解き、当該物質の分子構造を解明していこうというものである。彼女にあたえられた研究テーマは、X線によるDNA結晶の解析であった。

ロザリンドは順調に研究を進め、着手後およそ1年で、DNAには水分含量の差によって2タイプ (A型とB型) が存在することを明らかにし、それを互いに区別して結晶化する方法を確立させた。また、そこにX線を照射して散乱パターンの写真撮影に成功していた。さらに、これらについてはデータを公表せず数学的解析を自力で進めていた。1953年には、DNAの二重らせん構造の解明につながるX線回折写真を撮影している。

しかし、フランクリンはDNAの研究をめぐり、彼女が来る以前からDNAを研究していたモーリス・ウィルキンスとしばしば衝突していた。そして、ウィルキンスはケンブリッジ大学キャベンディッシュ研究所に在籍していたジェームズ・ワトソンとフランシス・クリックに彼女の撮影した写真を見せる。このことは、二重らせん構造解明の手がかりとなったものの、のちに大問題となった。

この時の事情について、ワトソンとウィルキンスの言い分は異なっている。ワトソンは、著書『二重らせん』で、ウィルキンスがフランクリンと険悪な関係に陥ったために写真を自分たちにこっそり見せた、と述べている。しかし、ウィルキンスは著書『二重らせん 第3の男』で、あくまでフランクリンのデータを閲覧する権限が自分にあり、フランクリンもそれを認めていた、と釈明している。

また、フランクリンは1952年に自分の非公開研究データをまとめたレポートを年次報告書として英国医学研究機構に提出しているが、その研究レポートは、英国医学研究機構の予算権限を持つメンバーの一人でありクリックの指導教官にあたる立場の研究者であるマックス・ペルーツが入手し、そこからクリックの手に渡った。この非公開レポートには、DNA結晶の生の解析データだけでなく、フランクリン自身の手による測定数値や解釈も書き込まれており、DNAの結晶構造を示唆するものであった。この件についてクリックは何も語っていない。¹⁷⁾



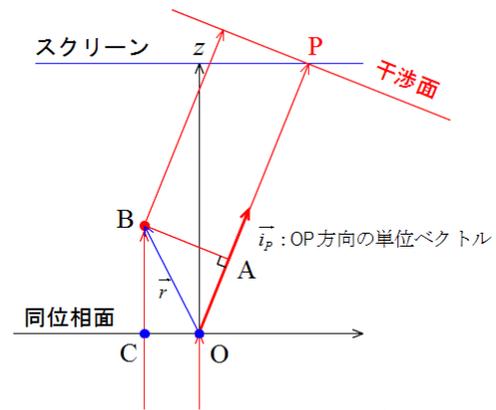
5.3 X線回折のシミュレーション

10BASIC を用い、次のようにしてシミュレーションを作成する。

右図のように原点O付近に任意の原子配列を置く。z軸方向に波(X線 or 光)を入射し、原点に置いた各原子によって回折した波がz軸に垂直なz-P面で干渉するとし、干渉パターンを計算する。

z-P面は原点Oの原子間隔に比べ十分大きいので、結晶の各原子から点Pに達するX線は平行と考える。

原子配列のデータを発生する部分のプログラムと、計算結果の例をいくつか紹介する。



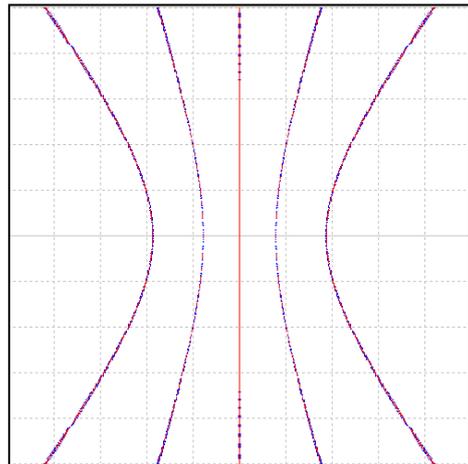
$$\text{点Aと点Bの位相差 } phase_dis = \frac{2\pi(\overline{CB} - \overline{OA})}{\lambda} = \frac{2\pi(\overline{r_z} - \overline{r} \cdot \overline{i_p})}{\lambda}$$

① x軸上に等間隔に2000個のピンホールを開けた場合

```

SUB grating_dot           !等間隔の点の並び
LET lamda=0.0006         !波長 赤色 600[nm]=0.0006[mm]
LET r_max=2000           !原子数
DIM r(r_max,3)           !原子の座標
LET dr=0.002             !結晶 原子間隔[mm]
LET p_int_low=20         !表示強度下限
LET p_int_high=40        !表示強度上限
!
LET i=0
FOR i1=1 TO r_max
  LET i=i+1
  LET r(i,1)=i1*dr
  LET r(i,2)=0
  LET r(i,3)=0
NEXT i1
END SUB

```

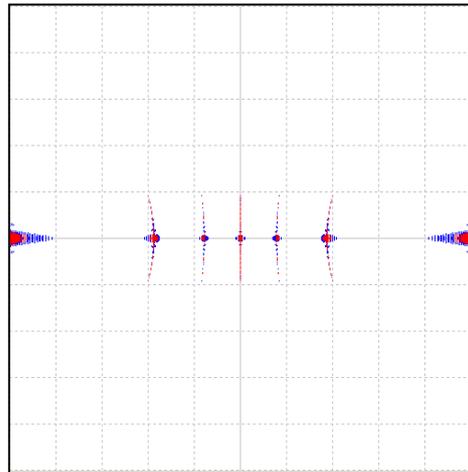


②回折格子 (40000本のスリット)

```

SUB grating              ! 回折格子
LET lamda=0.0006         !波長 赤色 600[nm]=0.0006[mm]
LET r_max=40000          !原子数
DIM r(r_max,3)           !原子の座標
LET dr=0.002             !結晶 原子間隔[mm]
LET p_int_low=400         !表示強度下限
LET p_int_high=800       !表示強度上限
!
LET i=0
FOR i1=1 TO r_max/200
  FOR i2=1 TO 200
    LET i=i+1
    LET r(i,1)=i1*dr
    LET r(i,2)=i2*dr/25
    LET r(i,3)=0
  NEXT i2
NEXT i1
END SUB

```

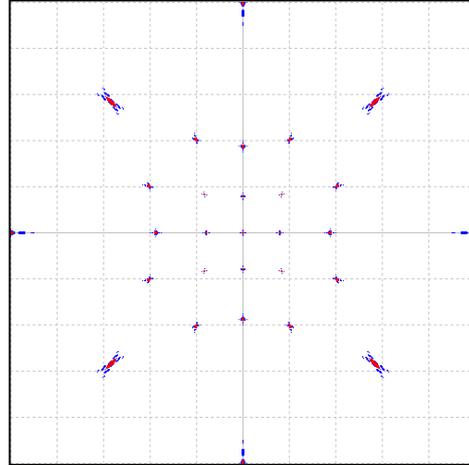


③平方格子

```

SUB grid                                ! 平方格子の設定
  LET lamda=0.0006                      ! 波長 赤色 600[nm]=0.0006[mm]
  LET r_max=900                         ! 原子数
  DIM r(r_max,3)                        ! 原子の座標
  LET dr=0.002                          ! 結晶 原子間隔[mm]
  LET p_int_low=100                     ! 表示強度下限
  LET p_int_high=250                    ! 表示強度上限
  !
  LET a=INT((r_max)^(1/2))
  LET i=0
  FOR i1=0 TO a-1
    FOR i2=0 TO a-1
      LET i=i+1
      LET r(i,1)=i1*dr
      LET r(i,2)=i2*dr
      LET r(i,3)=0
    NEXT i2
  NEXT i1
END SUB

```

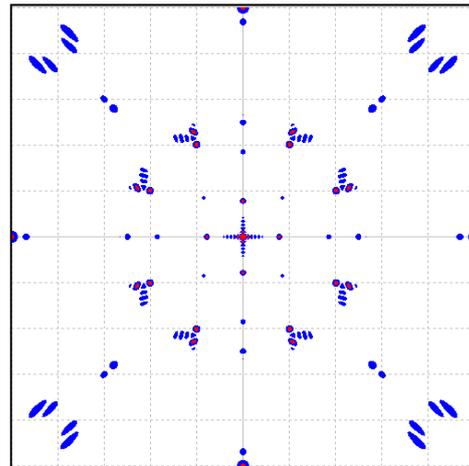


④立方格子

```

SUB cubic                                ! 立方格子の設定 cubic crystal system
  LET lamda=0.0006                      ! 波長 赤色 600[nm]=0.0006[mm]
  LET r_max=1000                        ! 原子数
  DIM r(r_max,3)                        ! 原子の座標
  LET dr=0.002                          ! 結晶 原子間隔[mm]
  LET p_int_low=50                      ! 表示強度下限
  LET p_int_high=150                   ! 表示強度上限
  !
  LET a=INT((r_max)^(1/3))
  LET i=0
  FOR i1=0 TO a-1
    FOR i2=0 TO a-1
      FOR i3=0 TO a-1
        LET i=i+1
        LET r(i,1)=i1*dr
        LET r(i,2)=i2*dr
        LET r(i,3)=i3*dr
      NEXT i3
    NEXT i2
  NEXT i1
END SUB

```

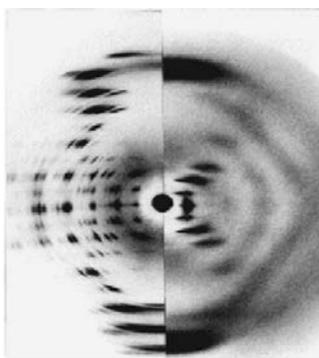


⑤ DNA の単位を 20 個の原子で近似し、1000 個の DNA を結晶とした場合の像

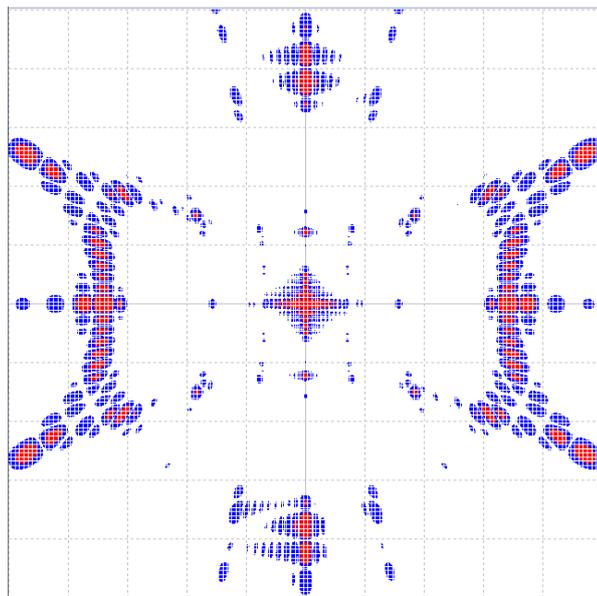
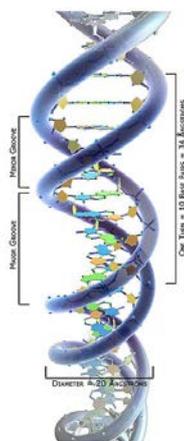
```

SUB DNA (近似)                                ! 二重らせん(近似)の設定
LET lamda=0.0000009                          ! 波長 赤色 600[nm]=0.0006[mm]
LET r_max=20000                               ! 原子数
DIM r(r_max,3)                               ! 原子の座標
LET p_int_low=80                             ! 表示強度下限
LET p_int_high=400                           ! 表示強度上限
!
! 一回転で 3.4[nm] 半径 1.0[nm] ピッチ 0.34[nm]
! らせん 1 とらせん 2 の位相差
LET r_rna=0.000001                            ! DNA 半径 1[nm]=0.000001[mm]
LET pich_rna=0.0000034                       ! ピッチ 0.34[nm]
LET d_rna=0.0000021                          ! RNA 間隔 1.5[nm]
LET num_pich=100                             ! ピッチ数 10 周期(1 周期 10 ピッチ)
LET num_rna=10                               ! DNA の一列の個数
LET i=0
FOR i3=0 TO num_rna-1
  FOR i2=0 TO num_rna-1
    FOR i1=1 TO num_pich                      ! 10 回で 1 回転
      LET i=i+1
      LET th=2*PI*i1/10
      LET r(i,2)=r_rna*COS(th)+i2*d_rna
      LET r(i,3)=r_rna*SIN(th)+i3*d_rna
      LET r(i,1)=pich_rna*i1
      LET i=i+1
      LET th=2*PI*(i1/10+1.2/3.4)
      LET r(i,2)=r_rna*COS(th)+i2*d_rna
      LET r(i,3)=r_rna*SIN(th)+i3*d_rna
      LET r(i,1)=pich_rna*i1
      ! PRINT r(i,1),r(i,2),r(i,3)
      ! PRINT i
    NEXT i1
  NEXT i2
NEXT i3
END SUB

```



A-DNA B-DNA



参考文献

第1章

- 1) 武谷三男『弁証法の諸問題』(勁草書房,2010)
- 2) 山本義隆『一六世紀文化革命1,2』(みすず書房,2007)

第2章

- 3) 高瀬正仁『無限解析のはじまり』(ちくま学芸文庫,2009)
- 4) 奈良近代物理学史研究会『高校生のための近代物理学史』(2004)
- 5) 奈良女子大学附属中等教育学校『物理のとびら3』(2015)
- 6) ガリレオ『新科学対話』(岩波書店,1995)
- 7) ニュートン『プリンキピア』(世界の名著26ニュートン)(中央公論社,1971)
- 8) 山本義隆『磁力と重力の発見』(みすず書房,2003)

第3章

- 9) シェル・シルヴァスタイン作・絵、倉橋由美子訳『ぼくを探しに』(講談社,1979)
- 10) 星新一『おーい でてこーい』(新潮社,1971)
- 11) バターフィールド、ブラッグ他著『近代科学の歩み』(岩波新書,1956)
- 12) メンデル著,岩槻邦男・須原準平訳『雑种植物の研究』(岩波文庫,1999)
- 13) 小柴昌俊『物理屋になりたかったんだよ』(朝日新聞社,2002)
- 14) 朝永振一郎『科学者の自由な楽園』(岩波書店,2000)
- 15) 大野陽朗監修『近代物理学の源流』物理学篇Ⅱ(北大図書刊行会,1976)
- 16) 広重徹『物理学史Ⅰ,Ⅱ』(培風館,1968)
- 17) 福岡伸一『生物と無生物のあいだ』(講談社現代新書,2007)

LADy SCIENCE BOOKLET 7
専門性の追求と専門性からの自由
ー科学史から未来を読むー

2016年3月1日発行

奈良女子大学 理系女性教育開発共同機構

CORE of STEM

Collaborative Organization for Research in women's Education of
Science, Technology, Engineering, and Mathematics

〒630-8506 奈良市北魚屋東町

コラボレーションセンター Z207

TEL.&FAX 0742-20-3266

ladyscience@cc.nara-wu.ac.jp
